OLIMPIADI ITALIANE DI ASTRONOMIA 2013
FINALE NAZIONALE
Prova Teorica - Categoria Junior

1. L'ora a Oriente

A un certo istante osserviamo una stella che si trova esattamente sull'orizzonte in direzione Est e sull'equatore celeste. Se l'ascensione retta della stella è $\alpha = 9^h$, quale tempo segna in quello stesso istante un orologio a tempo siderale?

Soluzione. *Poiché la stella sta sull'orizzonte e contemporaneamente sull'equatore celeste, il suo angolo orario è $HA = -6^h$. Quindi dalla relazione tra tempo siderale (TS) e angolo orario (HA),*

$$TS = HA + \alpha$$

ricaviamo il tempo siderale che vale $TS = -6^h + 9^h = 3^h$.
Punto supplementare per chi ha considerato il fenomeno della rifrazione atmosferica.

2. Coma Cluster

L'ammasso di galassie della Chioma di Berenice si trova a una distanza di 350 milioni di anni luce da noi ed è composto da 1000 grandi galassie (trascurando le migliaia più piccole), la maggior parte delle quali ellittiche. Calcolare la distanza media tra le galassie, assumendo che il diametro dell'ammasso sia di 65 milioni di anni luce.

Soluzione. *Il volume dell'ammasso di galassie, supposto sferico, è pari a:*

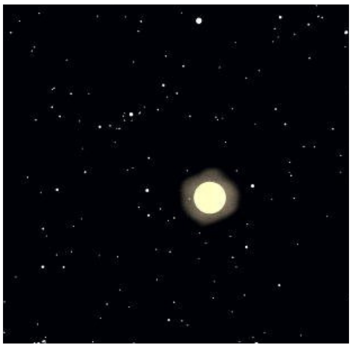
$$V_{AMM} = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{D}{2}\right)^3 = 1{,}438 \cdot 10^{23}\ a.l.^3$$

Da cui si ricava il volume occupato mediamente da una singola galassia:

$$V_{GAL} = \frac{V_{AMM}}{N} = 1{,}438 \cdot 10^{20}\ a.l.^3$$

Supposto questo volume cubico, la distanza media è:

$$d = \sqrt[3]{V_{GAL}} = \sqrt[3]{1{,}438 \cdot 10^{20}} = 5.239 \cdot 10^{6}\ a.l. \cong 5.2\ milioni\ di\ anni\ luce$$



3. Il Sole, lontano da qui

Una stella ha la stessa magnitudine assoluta del Sole (M=+4.83) e mostra una parallasse annua di π=0.022". E' possibile osservarla a occhio nudo di notte?

Soluzione. *Sapendo che la distanza d, espressa in parsec, è pari all'inverso della parallasse espressa in arcsec, possiamo scrivere l'espressione del modulo di distanza come:*

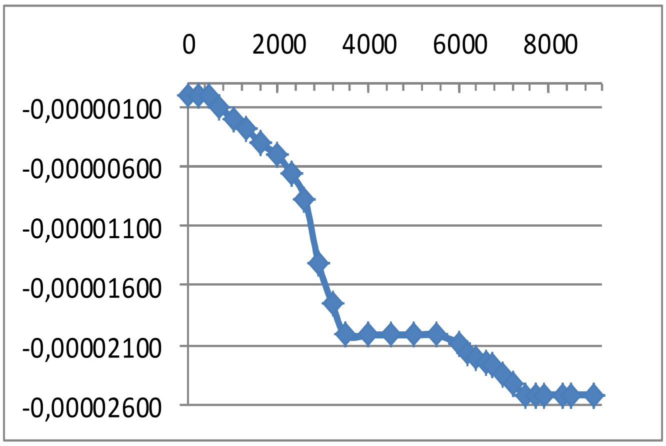
$$M - m = 5 + 5 \cdot \log(\pi)$$

$$m = M - 5 - 5 \cdot \log(\pi) = 4.83 - 5 - 5 \cdot (-1.66) = +8.13$$

quindi la stella non risulta osservabile a occhio nudo, essendo di magnitudine apparente superiore a 6.

4. Due belle macchie solari

A causa dell'attività solare sono comparse sull'equatore del Sole due distinte macchie solari che ne oscurano la superficie. Dalle osservazioni effettuate dalla comparsa della prima macchia a bordo Sole si ottiene la seguente curva di luce, dove in ascissa abbiamo il tempo trascorso in secondi e in ordinata la differenza di magnitudine visuale (m_{Sole} – m). Sapendo che la magnitudine apparente del Sole è di -26.9, il raggio è di 6.960 $\cdot$ 10^8 m, e la velocità di rotazione del Sole all'equatore è di 1993 m/s, stimare i raggi delle due macchie e la distanza delle due macchie tra loro.



Soluzione. *Chiamiamo L la luminosità del Sole per unità di superficie. Dette L_{Sole}, L_1 e L_2 le luminosità, rispettivamente, del Sole senza macchie, del Sole con la prima macchia e del Sole con ambedue le macchie. Poiché la luminosità totale dipende solo dall'area effettivamente illuminante, avremo:*

$$L_{Sole} = L \cdot \pi R_{Sole}^2$$

$$L_1 = L \cdot (\pi R_{Sole}^2 - \pi r_1^2) = L\pi \cdot (R_{Sole}^2 - r_1^2)$$

$$L_2 = L \cdot (\pi R_{Sole}^2 - \pi r_1^2 - \pi r_2^2) = L\pi \cdot (R_{Sole}^2 - r_1^2 - r_2^2)$$

Dette quindi m_{Sole}, m_1 e m_2 le corrispondenti magnitudini, per la legge di Pogson abbiamo:

$$m_{Sole} = -2.5 \cdot \log(L \cdot \pi R_{Sole}^2)$$

$$m_1 = -2.5 \cdot \log [L\pi \cdot (R_{Sole}^2 - r_1^2)]$$

$$m_2 = -2.5 \cdot \log [L\pi \cdot (R_{Sole}^2 - r_1^2 - r_2^2)]$$

Nel grafico sono riportate le differenze di magnitudine, desumibili dalle zone piatte (quando cioè ogni macchia è comparsa completamente):

$m_{Sole} - m_1 = -0.000021$ *ovvero* $m_1 - m_{Sole} = 0.000021$

$m_{Sole} - m_2 = -0.000026$ *ovvero* $m_2 - m_{Sole} = 0.000026$

Possiamo scrivere esplicitamente queste differenze di magnitudine:

$$m_1 - m_{Sole} = -2.5 \cdot \log [L\pi \cdot (R_{Sole}^2 - r_1^2) / L \cdot \pi R_{Sole}^2] = -2.5 \cdot \log [1 - r_1^2/R_{Sole}^2]$$

$$m_2 - m_{Sole} = -2.5 \cdot \log [L\pi \cdot (R_{Sole}^2 - r_1^2 - r_2^2) / L \cdot \pi R_{Sole}^2] = \\ = -2.5 \cdot \log [1 - r_1^2/R_{Sole}^2 - r_2^2/R_{Sole}^2]$$

Ricaviamo dunque i raggi delle due macchie:

$$r_1^2/R_{Sole}^2 = 1 - 10^{-0.4 \cdot (m1 - mSole)}$$

$$r_2^2/R_{Sole}^2 = 1 - r_1^2/R_{Sole}^2 - 10^{-0.4 \cdot (m2 - mSole)}$$

da cui si ricava, svolgendo i calcoli e conoscendo il raggio solare,

$r_1 =$ 3061 km

$r_2 =$ 1493 km

Per conoscere la distanza tra le due macchie, considerando la geometria del fenomeno (e trattando entrambe le macchie come sferiche) possiamo considerare qualsiasi punto della macchia come riferimento per il calcolo del Δt di passaggio.
Il metodo più semplice (e con minore incertezza perché non si introduce la misura del raggio) considerare come riferimento il centro di ciascuna macchia, rappresentato dal punto centrale di ciascuna delle due parti in cui la magnitudine varia.
Il centro della prima macchia compare al tempo 2000 s, mentre quello della seconda macchia compare al tempo 6700 s. L'intervallo di tempo è dunque $\Delta t = 4700$ s e, nota la velocità all'equatore v = 1993 m/s, si ricava subito la distanza d tra le due macchie:

$d = v \cdot \Delta t =$ 1993 m/s · 4700 s = 9367 km.

5. Viaggio interplanetario

Durante un viaggio interplanetario, il comandante dell'astronave Partenope urta un corpo che fa parte degli anelli di Saturno danneggiando irrimediabilmente la navicella, ed è costretto a un atterraggio di emergenza, con un modulo di salvataggio, su un satellite del pianeta. Il modulo principale resta in orbita intorno al satellite a una distanza media dalla superficie d = 427 km, e compie un'orbita completa intorno al satellite in 10880 secondi (3.02 ore).

Per organizzare i soccorsi da Terra, è necessario sapere al più presto su quale satellite è avvenuto l'atterraggio, anche perché il modulo di salvataggio non ha autonomia illimitata. Nel modulo di emergenza sono presenti alcuni strumenti che si rivelano utili in questa circostanza (un cronometro di precisione, un piccolo telescopio, un pendolo, un manuale di bordo con i dati relativi ai pianeti del sistema solare), grazie ai quali si riesce a misurare la dimensione angolare di Saturno (A = 5°.37), così com'è visto dal satellite, e il periodo di rivoluzione del satellite intorno a Saturno (P_{riv} = 15.95 giorni). Dal manuale si conosce la dimensione del diametro di Saturno e con il pendolo (l = 31 cm, P = 3 secondi) si ricava la misura della gravità del satellite.

Determinare:

1. distanza da Saturno, raggio e massa del satellite, da comunicare alla squadra di salvataggio sul pianeta Terra;
2. il peso del comandante dell'astronave Partenope sul satellite di Saturno, sapendo che sulla Terra il suo peso è di 978 N;
3. (facoltativo) il nome del satellite di Saturno su cui è atterrato il modulo di salvataggio dell'astronave Partenope.

Soluzione. *Per determinare la distanza del satellite dal pianeta si possono seguire due vie:*

(a) Metodo trigonometrico: indicando con a la distanza, con D il diametro di Saturno e con A le dimensioni angolari di Saturno, sarà:

$$a \cdot \tan A = D$$

da cui segue: $a = D / \tan A = 120536 / \tan(5°.37) = 1.28 \cdot 10^6$ km

(b) Applicazione della terza legge di Keplero: bisogna trasformare il periodo P = 15.95 giorni in secondi.

Sapendo che $G = 6.67 \cdot 10^{-11}$ m^3 kg^{-1} s^{-2} *e* $M_{saturno} = 5.68 \cdot 10^{26}$ kg, *si ha:*

$$P^2 / a^3 = (4\pi^2) / (G \cdot M_{saturno})$$

da cui

$$a^3 = (G / 4\pi^2) \cdot M_{saturno} \cdot P^2 = (6.67 \cdot 10^{-11} / 4\pi^2) \cdot 5.68 \cdot 10^{26} \cdot (1.38 \cdot 10^6)^2 =$$
$$= 1.69 \cdot 10^{-12} \cdot 5.68 \cdot 10^{26} \cdot 1.90 \cdot 10^{12} = 1.83 \cdot 10^{27}$$

quindi

$$a = 1.22 \cdot 10^6 \text{ km}$$

La differenza tra i due valori ottenuti con i due diversi metodi deriva dal fatto che il raggio di Saturno riportato nella tabella di dati fornita per lo svolgimento degli esercizi NON è il raggio medio, come indicato, ma il raggio equatoriale, mentre la dimensione angolare misurata dal satellite (5°.37) è quella media.
In sede di correzione e valutazione dei compiti sono state considerate valide entrambe le soluzioni ottenute con i dati della tabella allegata, così come riportate in questo testo.

Per determinare il raggio del satellite si sfrutta la proprietà del pendolo che ci permette di ricavare l'accelerazione di gravità del satellite.
Calcolo dell'accelerazione di gravità sul satellite: si usa la proprietà del pendolo:

$$P = 2\pi(l / g)^{1/2}$$

da cui

$$g_{satellite} = 4\pi^2 \cdot (l / P^2) = 39.48 \cdot (0.31/9) = 1.36 \text{ m s}^{-2}$$

e anche:

$$g_{satellite} = G \cdot (M_{satellite} / R^2_{satellite})$$

Per calcolare la massa del satellite si applica la terza legge di Keplero al sistema satellite – modulo principale:

$$P^2 / a^3 = (4\pi^2) / G \cdot M_{satellite}$$

$$a = R + d = 2573 + 427 = 3000 \text{ km}$$

$$M_{satellite} = [(4\pi^2) / G] \cdot (a^3 / P^2) = 5.92 \cdot 10^{11} \cdot [(3 \cdot 10^6)^3 / (10880)^2] =$$

$$= 5.92 \cdot 10^{11} \cdot 2.28 \cdot 10^{11} = 1.35 \cdot 10^{23} \text{ kg}$$

Quindi sarà:

$$R_{satellite} = [(G / g_{satellite}) \cdot M_{satellite}]^{1/2} = [(6.67 \cdot 10^{-11} / 3.16) \cdot 1.35 \text{ x } 10^{23}]^{1/2} =$$

$$= [6.62 \cdot 10^{12}]^{1/2} = 2573 \text{ km}$$

Il peso di un corpo è dato dalla relazione:

$$P = m\, g$$

Dove m è la massa del corpo e g l'accelerazione di gravità.

La massa del comandante sarà dunque:

$$m = P_{Terra} / g_{Terra} = 978 \text{ N} / 9.78 \text{ m s}^{-2} = 100 \text{ kg}$$

Sul satellite, il peso del comandante sarà:

$$P_{satellite} = m\, g_{satellite} = 100 \text{ kg} \cdot 1.36 \text{ m s}^{-2} = 136 \text{ N}$$

(Facoltativo) Dai dati ricavati si deduce che il satellite di Saturno su cui è atterrato il modulo di salvataggio è Titano.

Olimpiadi Italiane di Astronomia 2013

FINALE NAZIONALE

Alcuni dati di interesse

Tabella 1 – **Sole**

Raggio medio	695475 km
Massa	$1.99 \cdot 10^{30}$ kg
Temperatura superficiale	5778 K
Magnitudine apparente dalla Terra	- 26.8
Magnitudine assoluta	+ 4.83

Età stimata	$4.57 \cdot 10^{9}$ anni
Classe spettrale	G2 V
Posizione nel diagramma HR	Sequenza principale
Distanza media dal centro galattico	27000 anni-luce
Periodo di rivoluzione intorno al centro galattico	$2.5 \cdot 10^{8}$ anni

Tabella 2 – **Sistema Solare**

	Mercurio	***Venere***	***Terra***	***Luna***	***Marte***	***Giove***	***Saturno***	***Urano***	***Nettuno***
Raggio medio (km)	2440	6052	6378	1738	3397	71492	60268	25559	24766
Massa (kg)	$3.30 \cdot 10^{23}$	$4.87 \cdot 10^{24}$	$5.97 \cdot 10^{24}$	$7.35 \cdot 10^{22}$	$6.42 \cdot 10^{23}$	$1.90 \cdot 10^{27}$	$5.68 \cdot 10^{26}$	$8.68 \cdot 10^{25}$	$1.02 \cdot 10^{26}$
Semiasse maggiore dell'orbita (km)	$57.9 \cdot 10^{6}$	$108.2 \cdot 10^{6}$	$149.6 \cdot 10^{6}$	$384.4 \cdot 10^{3}$	$227.9 \cdot 10^{6}$	$778.3 \cdot 10^{6}$	$1.43 \cdot 10^{9}$	$2.87 \cdot 10^{9}$	$4.50 \cdot 10^{9}$
Periodo orbitale	87.97 ^{g}	224.70 ^{g}	1 ^{a}	27.32 ^{g}	1.88 ^{a}	11.86 ^{a}	29.45 ^{a}	84.07 ^{a}	164.88 ^{a}
Eccentricità dell'orbita	0.206	0.007	0.017	0.055	0.093	0.048	0.056	0.046	0.001
Tipo	roccioso	roccioso	roccioso	roccioso	roccioso	gassoso	gassoso	gassoso	gassoso

Tabella 3 – **Area della superficie per figure geometriche notevoli**

	Triangolo	***Rettangolo***	***Quadrato***	***Cerchio***	***Ellisse***	***Sfera***
Area	b h / 2	$\ell_1 \ell_2$	ℓ^2	πR^2	π a b	$4 \pi R^2$

Tabella 4 – **Costanti fisiche**

Nome	*Simbolo*	*Valore*	*Unità di misura*
Costante di Stefan-Boltzmann	σ	$5.67 \cdot 10^{-8}$	W m^{-2} K^{-4}
Velocità della luce nel vuoto	c	299792	km s^{-1}
Costante di Gravitazione Universale	G	$6.67 \cdot 10^{-11}$	m^3 kg^{-1} s^{-2}
Accelerazione di gravità al livello del mare	g	9.81	m s^{-2}