Olimpiadi Italiane di Astronomia 2022
Corso di preparazione alla Finale Nazionale
Categoria Junior 1 - Lezione 3

1. Il 21 marzo 2013 un osservatore nei pressi di Catania (λ = 15° 4' 27'') ha visto la Luna sorgere sul mare alle 19:00. Sapendo che in quella data era in vigore l'ora legale, stimate la fase della Luna quando quest'osservazione è stata fatta. Commentate quali dei dati forniti concorrono e come alla soluzione.

Soluzione
Il 21 marzo il Sole si trova in prossimità del Punto **γ** e quindi la sua declinazione è circa zero. In questo periodo dell'anno la lunghezza del giorno è pari a quella della notte a tutte le latitudini e il Sole tramonta, per un osservatore posto al centro di un dato fuso orario e trascurando l'equazione del tempo, alle 18, ovvero alle 19 se è in vigore l'ora legale. Poiché la Luna sorgeva quando il Sole tramontava, si trovava in direzione opposta al Sole e quindi la sua fase era molto prossima a piena.
Importanza dei dati:

- Dalla data del 21 marzo ricaviamo che la declinazione del Sole era prossima a zero.
- Dalla longitudine di Catania deduciamo che la differenza dell'ora locale rispetto all'ora solare del meridiano centrale è piccola.
- Dal sapere che era in vigore l'ora legale deduciamo che il Sole tramontava circa alle 19:00.
- Dal sapere che la Luna sorgeva sul mare possiamo escludere che l'osservatore avesse davanti a sé delle montagne o altre ostruzioni, che avrebbero comportato vederla sorgere più tardi.

2. Calcolare l'altezza massima dell'equatore celeste e il valore minimo per l'altezza del Sole al passaggio al meridiano in direzione sud per un osservatore che si trova a Cremona (φ = +45° 8').

Soluzione
L'altezza massima $\boldsymbol{h_{max}}$ dell'equatore celeste in una località a latitudine φ è data dalla relazione:

$$\mathrm{h}_{max} = 90° - \varphi$$

nel caso di Cremona avremo:

$$\mathrm{h}_{max} = 90° - 45°\,8' = 44°\,52'$$

Nel corso dell'anno la declinazione del Sole $\boldsymbol{\delta_{\odot}}$ è compresa tra:

$$-23°\,26' \leq \delta_{\odot} \leq 23°\,26'$$

Il valore minimo per l'altezza del Sole al meridiano in direzione sud si ha al solstizio d'inverno $\boldsymbol{h_{\odot-21dic}}$ e vale:

$$\mathrm{h}_{\odot-21dic} = 90° - \varphi + \delta_{\odot} = 90° - 45°\,8' - 23°\,26' = 21°\,26'$$

3. Dimostrate che per un osservatore nell'emisfero Boreale la Luna Piena raggiunge la sua massima altezza sull'orizzonte in inverno. Stimate il valore minimo e massimo dell'altezza della Luna Piena al meridiano per un osservatore posto al Polo Nord.

Soluzione
La Luna Piena si trova in direzione esattamente opposta al Sole. L'inclinazione della sua orbita rispetto all'eclittica è di circa 5°. Per un osservatore nell'emisfero Boreale il Sole raggiunge la declinazione massima $\delta_{\odot max} = +23°\,26'$ in estate e quindi la Luna Piena avrà declinazione minima $\delta_{Lmin} = -23°\,26' \pm 5°$. Il Sole raggiunge la declinazione minima $\delta_{\odot min} = -23°\,26'$ in inverno e quindi la Luna Piena avrà declinazione massima $\delta_{Lmax} = +23°\,26' \pm 5°$.
L'altezza sull'orizzonte di un astro al passaggio al meridiano dipende dalla sua declinazione $\boldsymbol{\delta}$ e dalla latitudine $\boldsymbol{\varphi}$ a cui si trova l'osservatore. Per un osservatore nell'emisfero Boreale ($0° < \varphi \leq 90°$) si ha allora che per l'altezza massima della Luna vale la relazione:

$$h_{max-L} = 90° - \varphi + \delta_{Lmax}$$

e quindi la Luna Piena raggiunge la sua massima altezza sull'orizzonte in inverno.
Per l'altezza massima $\boldsymbol{h_{max-L}}$ e minima $\boldsymbol{h_{min-L}}$ della Luna per un osservatore posto al polo valgono le relazioni:

$$h_{max-L} = 90° - \varphi + \delta_{Lmax} = 90° - 90° + 23°\,26' + 5° = +28°\,26'$$
$$h_{min-L} = 90° - \varphi - \delta_{Lmin} = 90° - 90° - 23°\,26' - 5° = -28°\,26'$$

4. Assumendo per l'Anno Platonico una durata di 25780 anni, calcolate di quanto si sposta lungo l'eclittica la posizione del punto $\boldsymbol{\gamma}$ in 2500 anni.

Soluzione
L'anno Platonico è il tempo necessario affinché, a causa del moto di precessione, la posizione del punto $\boldsymbol{\gamma}$ completi un giro dell'eclittica. In 2500 anni lo spostamento $\boldsymbol{\Delta\alpha_\gamma}$ in gradi e in ore varrà quindi:

$$\Delta\alpha_\gamma \simeq \frac{2500\ anni \cdot 360°}{25780\ anni} \simeq 34°\,54'\,39''$$
$$\Delta\alpha_\gamma \simeq \frac{2500 \cdot 24h}{25780} \simeq 2h\,19m\,39s$$

5. Un osservatore nota che la stella Canopo $(\boldsymbol{\delta} = -52°\,41')$ non cambia la sua altezza sull'orizzonte nel corso delle 24 ore. Stimate la latitudine a cui si trova l'osservatore.

Soluzione
Se una stella si trova esattamente in uno dei poli celesti la sua altezza non cambia durante il moto diurno a prescindere dalla latitudine dell'osservatore, ma Canopo, data la sua declinazione, non si trova in uno dei poli celesti.
Solo ai poli della Terra tutte le stelle si spostano, a causa del moto diurno, parallelamente all'orizzonte (cioè lungo i cerchi di altezza) e la loro altezza sull'orizzonte resta invariata. Data la declinazione di Canopo deduciamo che l'osservazione è stata fatta al Polo Sud.

6. Quanto dovrebbe valere l'obliquità dell'eclittica per poter osservare da Catania (φ = +37° 31') il 21 giugno il fenomeno del "Sole di mezzanotte"? Quanto varrebbe con questo valore di obliquità l'altezza del Sole al meridiano di Catania in direzione sud ai solstizi e agli equinozi? Trascurate gli effetti dovuti alla rifrazione e alle dimensioni apparenti del Sole.

Soluzione
Per essere osservabile a mezzanotte occorre che il Sole sia visibile quando transita al meridiano in direzione nord, ovvero che risulti circumpolare. Indicando con $\boldsymbol{\varepsilon}$ l'obliquità dell'eclittica, la condizione richiesta equivale a poter osservare da Catania il Sole circumpolare il giorno in cui la sua declinazione $\boldsymbol{\delta_\odot}$ è massima, cioè quando:

$$\delta_\odot = \varepsilon$$

In una località a latitudine $\boldsymbol{\varphi}$ una stella è circumpolare quando:

$$\delta \geq 90° - \varphi$$

quindi a Catania il Sole alla sua massima declinazione risulterebbe circumpolare per:

$$\varepsilon = 90° - \varphi = 90° - 37°\,31' = 52°\,29'$$

L'altezza di un oggetto con declinazione $\boldsymbol{\delta}$ che transita al meridiano in direzione sud è la sua altezza massima $\mathbf{h_{max}}$ ed è data dalla relazione:

$$h_{max} = 90° - \varphi + \delta$$

Con il valore di $\boldsymbol{\varepsilon}$ che rende il Sole circumpolare a Catania il 21 giugno ai solstizi e agli equinozi si ha:

Solstizio estate	Equinozio di autunno	Solstizio d'inverno	Equinozio di primavera
$\delta_\odot = \varepsilon = 52°\,29'$	$\delta_\odot = 0°$	$\delta_\odot = -\varepsilon = -52°\,29'$	$\delta_\odot = 0°$
$h_{max-\odot} = 90° - 37°31' + 52°29' = 104°58'$	$h_{max-\odot} = 90° - 37°31' + 0° = 52°\,29'$	$h_{max-\odot} = 90° - 37°31' - 52°29' = 0°$	$h_{max-\odot} = 90° - 37°31' + 0° = 52°\,29'$

Quindi al solstizio d'estate il Sole culminerebbe oltre lo zenith, mentre sarebbe sull'orizzonte al solstizio d'inverno. Se osserviamo il fenomeno del Sole di mezzanotte il 21 giugno, il Sole sarebbe al massimo sull'orizzonte (trascurando le dimensioni angolari) al solstizio di inverno. Notiamo infine che l'altezza massima agli equinozi resta invariata, in quando trovandosi sull'equatore celeste $\boldsymbol{\delta_\odot}$ non dipende da $\boldsymbol{\varepsilon}$.

7. Nel 1100 A.C. degli astronomi cinesi misurarono l'altezza massima del Sole al meridiano ai solstizi, ottenendo 79° 7' e 31° 19'. In entrambi i casi il Sole era a sud dello zenith. A quale latitudine furono eseguite queste osservazioni? Quanto valeva all'epoca l'obliquità dell'eclittica?

Soluzione.
Gli astronomi si trovavano sicuramente nell'emisfero nord. Dette $\boldsymbol{\varepsilon}$ l'obliquità dell'eclittica e $\boldsymbol{\varphi}$ la latitudine del luogo, poiché il Sole culminava a sud dello zenith, le altezze massime al solstizio d'estate $\boldsymbol{h_{\odot 21-G}}$ e a quello d'inverno $\boldsymbol{h_{\odot 21-D}}$ sono date dalle relazioni:

$$h_{\odot 21-G} = 90° - \varphi + \varepsilon \qquad h_{\odot 21-D} = 90° - \varphi - \varepsilon$$

Quindi sottraendo membro a membro risulta che:

$$\varepsilon = \frac{h_{\odot 21-G} - h_{21\odot-D}}{2} = \frac{79°\,7' - 31°\,19'}{2} = 23°\,54'$$

e inoltre:

$$\varphi = 90° - h_{21\odot-G} + \varepsilon = 90° - 79°\,7' + 23°\,54' = 34°\,47'$$

Notiamo che il valore dell'obliquità dell'eclittica dall'anno 1100 A.C. a oggi è diminuito di 28'.

8. Calcolate la massima altezza sull'orizzonte del Sole all'equinozio d'autunno per un osservatore posto a Bari ($\varphi = 41°\,07'$) e per uno posto al Polo Sud, nei seguenti casi:
a) situazione attuale: eclittica inclinata di 23° 26' rispetto all'equatore celeste;
b) asse terrestre perpendicolare all'eclittica;
c) asse terrestre parallelo all'eclittica.
Completate la soluzione con un disegno di ciascuna configurazione. Trascurate gli effetti della rifrazione.

Soluzione
Detta $\boldsymbol{\delta_\odot}$ la declinazione del Sole, la sua altezza massima $\boldsymbol{h_{max-\odot}}$ osservata da un luogo a latitudine $\boldsymbol{\varphi}$ è:

$$h_{max-\odot} = 90° - \varphi + \delta_\odot$$ se l'osservatore si trova nell'emisfero boreale

$$h_{max-\odot} = 90° + \varphi - \delta_\odot$$ se l'osservatore si trova nell'emisfero australe

Detta $\boldsymbol{\varepsilon}$ l'inclinazione dell'asse terrestre rispetto alla perpendicolare al piano dell'eclittica, che coincide con l'obliquità dell'eclittica, la declinazione del Sole nel corso dell'anno varia tra:

$$-\varepsilon \le \delta_\odot \le \varepsilon$$

Nei tre casi in esame sia ha:

a) $\varepsilon = 23°26'$ b) $\varepsilon = 0°$ c) $\varepsilon = 90°$

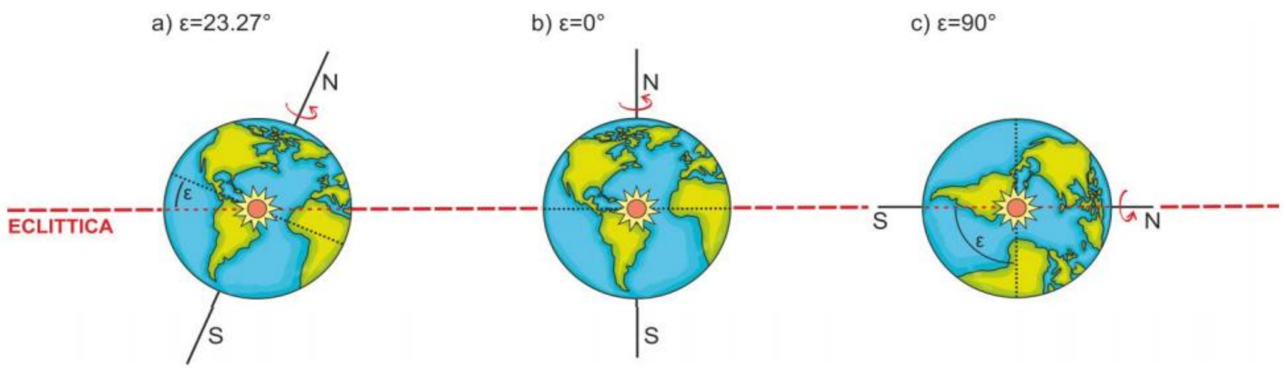
Dette $\boldsymbol{h_{max-\odot B}}$ e $\boldsymbol{h_{max-\odot PS}}$ l'altezza massima del Sole a Bari e al Polo Sud, poiché all'equinozio d'autunno il Sole si trova sull'equatore celeste ($\boldsymbol{\delta_\odot = 0}$°), avremo nei tre casi:

a) $$h_{max-\odot B} = 90° - \varphi + \delta_\odot = 90° - 41°\,07' + 0° = 48°\,53'$$
$$h_{max-\odot PS} = 90° + \varphi - \delta_\odot = 90° - 90° + 0° = 0°$$

b) $$h_{max-\odot B} = 90° - \varphi + \delta_\odot = 90° - 41°\,07' + 0° = 48°\,53'$$
$$h_{max-\odot PS} = 90° + \varphi - \delta_\odot = 90° - 90° + 0° = 0°$$

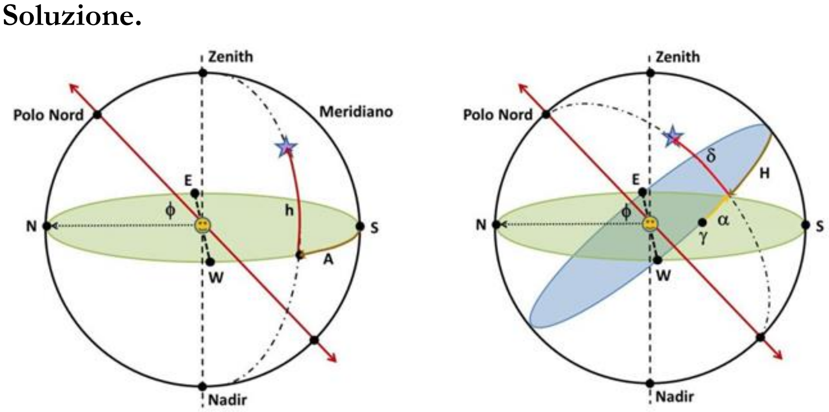
c) $$h_{max-\odot B} = 90° - \varphi + \delta_\odot = 90° - 41°\,07' + 0° = 48°\,53'$$
$$h_{max-\odot PS} = 90° + \varphi - \delta_\odot = 90° - 90° + 0° = 0°$$

Il risultato ottenuto nei tre casi è indipendente dall'inclinazione dell'asse terrestre rispetto all'eclittica perché agli equinozi, per definizione, il Sole si trova nei punti di intersezione (nodi) tra equatore ed eclittica. In tutti e tre i casi l'altezza massima del Sole il giorno dell'equinozio d'autunno (e ovviamente a quello di primavera) è 48° 53' da Bari e 0° dal Polo Sud.
La figura rappresenta la Terra durante gli equinozi nei tre casi. La linea rossa orizzontale rappresenta l'eclittica. La linea nera a puntini rappresenta l'equatore terrestre. Durante gli equinozi il Sole si trova per definizione nei punti di intersezione (nodi) tra equatore ed eclittica, qualunque sia l'orientamento dell'asse terrestre. Durante gli equinozi il Sole è allo zenit all'equatore e, a causa della rotazione terrestre, sembra muoversi lungo l'equatore celeste. La posizione relativa del Polo Sud e di Bari rispetto all'equatore terrestre non cambia nei tre casi, quindi l'altezza massima del Sole sull'orizzonte sarà sempre la stessa.



9. Scrivete le coordinate altazimutali e orarie dei punti cardinali Est e Ovest, del Polo Nord celeste e dello Zenith per un osservatore posto a Catania (**φ** = +37° 31').

Soluzione.



I quattro punti di cui si chiedono le coordinate sono fissi, non partecipano cioè al moto diurno; quindi le loro coordinate altazimutali (azimut ***A*** e altezza ***h***) e orarie (angolo orario ***H*** e declinazione ***δ***) restano costanti.

Per un osservatore nell'emisfero Boreale, la latitudine del luogo è pari alla distanza angolare tra l'orizzonte e il polo Nord contata dal punto cardinale Nord e alla distanza angolare tra l'equatore celeste e lo zenith. Ricordiamo inoltre che tutti i cerchi verticali passano per lo zenith e tutti i cerchi orari passano per i poli.
L'azimut e l'altezza si contano in gradi, l'azimut dal punto cardinale sud in senso orario, l'altezza dall'orizzonte. L'angolo orario si conta in ore dal meridiano in senso orario, la declinazione in gradi dall'equatore celeste. Avremo quindi:

	A	**h**	**H**	$\boldsymbol{\delta}$
Est	270°	0°	18h	0°
Ovest	90°	0°	6h	0°
Polo Nord	180°	37° 31'	imprecisato	90°
Zenith	imprecisato	90°	0h	37° 31'

10. Un astronomo nota che il suo orologio a tempo siderale si è fermato. Suggerite un metodo con cui l'astronomo, che dispone di un telescopio, può autonomamente sincronizzare con buona precisione il suo orologio con il tempo siderale (senza ricorrere cioè a interventi esterni).

Soluzione.
Il tempo siderale $\boldsymbol{t}$ è definito come l'angolo orario del punto $\boldsymbol{\gamma}$. Se di una stella conosciamo l'ascensione retta $\boldsymbol{\alpha}$ e ne misuriamo l'angolo orario $\mathbf{H}$, vale la relazione:

$$\mathrm{t} = \alpha + \mathrm{H}$$

Quando una stella passa al meridiano il suo angolo orario è nullo. Quindi in ogni istante passano al meridiano le stelle la cui ascensione retta è pari al tempo siderale. L'astronomo potrà regolare l'orologio a tempo siderale sul valore dell'ascensione retta di una stella e farlo ripartire nell'istante in cui osserverà con il suo telescopio detta stella passare al meridiano.

11. Si considerino due località A e B sulla Terra, con la seconda a ovest rispetto alla prima. Detti $\boldsymbol{t_A}$ e $\boldsymbol{t_B}$ i valori del tempo siderale e $\boldsymbol{UT_A}$ e $\boldsymbol{UT_B}$ i valori del tempo universale nelle due località, dire se le affermazioni $\boldsymbol{t_A = t_B}$ e $\boldsymbol{UT_A = UT_B}$ sono corrette.

Soluzione.
Il tempo siderale dipende dalla longitudine dell'osservatore. Consideriamo una stella di ascensione retta $\boldsymbol{\alpha}$ visibile da entrambe le località. Se la stella passa al meridiano in direzione sud nella località A al tempo $\boldsymbol{t_A}$, vale la relazione:

$$\boldsymbol{t_A = \alpha}$$

Poiché la località B si trova a ovest di A, e poiché la rotazione della Terra è da ovest verso est, la stella vista da B passerà al meridiano in un tempo successivo. Ne segue che:

$$\boldsymbol{t_A > t_B}$$

E' invece vera l'affermazione $\boldsymbol{UT_A = UT_B}$, perché, per definizione, il Tempo Universale è lo stesso in tutti i luoghi della Terra.

12. Osservate che una stella sull'equatore celeste sorge quando il vostro orologio a tempo siderale segna 5h. Quanto vale l'ascensione retta della stella? Assumete di trovarvi al livello del mare e trascurate la rifrazione atmosferica.

Soluzione
La declinazione della stella è pari a zero. Al momento in cui sorge il suo angolo orario $\boldsymbol{H}$ vale:

$$H = -6h$$

il segno è negativo poiché la stella è a est del meridiano
Detto $\boldsymbol{t}$ il tempo siderale e $\boldsymbol{\alpha}$ l'ascensione retta della stella, vale la relazione:

$$t = \alpha + H$$

da cui ricaviamo:

$$\alpha = t - H = 5h + 6h = 11h$$

13. Nel testo che segue è presente una inesattezza; provate a individuarla e giustificate la vostra risposta. α Centauri AB ($\alpha_{2000} = 14h\ 39m$; $\delta_{2000} = -60°\ 50'$) è una binaria visuale; la sua distanza è stata misurata per la prima volta all'Osservatorio di Parigi (latitudine $\varphi = +48°\ 51'$).

Soluzione

L'osservazione non può essere stata effettuata da Parigi. Infatti, da una data località a latitudine $\boldsymbol{\varphi}$ sono visibili solo le stelle con declinazione $\boldsymbol{\delta}$ tale che:

$$\delta > \varphi - 90°$$

Da Parigi saranno quindi visibili solo le stelle con: $\delta > +48°\ 51' - 90° > -41°\ 9'$

Quindi non Alpa Centauri.

14. Quali pianeti non possono essere occultati dalla Luna Piena?

Soluzione

La Luna piena si trova in opposizione al Sole. Quindi solo i pianeti che possono trovarsi in opposizione, cioè solo i pianeti esterni, potranno essere occultati dalla Luna Piena.

15. Il tempo siderale a Greenwich il 18 febbraio 2003 alle 00h:00m di Tempo Universale era di 9h 50m 12s. A che Tempo Universale è passata quel giorno al meridiano di Greenwich in direzione sud una stella circumpolare con ascensione retta di 22 h? Sapendo che la magnitudine apparente della stella era 1.5, dite se poteva essere osservata a occhio nudo all'istante del passaggio al meridiano.

Soluzione.

Ogni istante passano al meridiano in direzione sud le stelle la cui ascensione retta $\boldsymbol{\alpha}$ è pari al tempo siderale. Quindi quando la stella è passata al meridiano il tempo siderale locale **t** era:

$$t = \alpha = 22h$$

In quel momento il tempo siderale **Δt** trascorso dalle ore 00h:00m di Tempo Universale (**UT**) era:

$$\Delta t = 22h - 9h\ 50m\ 12s = 12h\ 09m\ 48s$$

Per trasformare questo intervallo di tempo siderale Δt in intervallo di tempo universale **ΔUT**, ricordiamo che 24h di tempo siderale corrispondono a 23h 56m 4.1s di tempo universale, quindi la costante di proporzionalità **K** tra tempo siderale e tempo universale è:

$$\mathrm{K} = \frac{\mathrm{23h\ 56m\ 4.1\ s}}{\mathrm{24h}} \simeq \frac{23.9345}{24} \simeq 0.99727$$

Detto UT l'ora in cui la stella transita al meridiano avremo:

$$\mathrm{UT} = \mathrm{00h00m} + \Delta\mathrm{UT} = \Delta\mathrm{t} \cdot \mathrm{K}$$

$$\mathrm{UT} \simeq \mathrm{12h\ 09m\ 48m} \cdot 0.99727 \simeq 12.1633\ \mathrm{h} \cdot 0.99727 \simeq 12.1301\ \mathrm{h} \simeq \mathrm{12h\ 7m\ 48s}$$

Poiché la stella è circumpolare a Greenwich e molto luminosa, sarebbe stata sicuramente visibile con il Sole a meno di circa 12 gradi sotto l'orizzonte (inizio del crepuscolo astronomico). Poiché il tempo solare medio è definito come l'angolo orario del Sole medio aumentato di 12h, trascurando l'equazione del tempo (il cui valore massimo è di circa 16 minuti), possiamo stimare che l'angolo orario del Sole vero $\boldsymbol{h}_{\odot}$ era:

$$\boldsymbol{h}_{\odot} \simeq \mathrm{UT} - \mathrm{12h} \simeq \mathrm{0h}$$

Quindi il Sole era in prossimità del passaggio al meridiano in direzione sud, ovvero ci si trovava in pieno giorno e quindi la stella, anche se molto luminosa, non poteva essere osservata a occhio nudo.