OLIMPIADI ITALIANE DI ASTRONOMIA 2022

Gara interregionale – 25 febbraio

Categoria Junior 2

1. Configurazioni planetarie

Nella seguente tabella indicate con “X” quali configurazioni planetarie, rispetto al Sole, sono possibili per le due categorie di pianeti.

	Pianeti interni	Pianeti esterni
Congiunzione inferiore		
Massima elongazione est		
Opposizione		
Massima elongazione ovest		
Quadratura		

Soluzione

	Pianeti interni	Pianeti esterni
Congiunzione inferiore	X	
Massima elongazione est	X	
		X
Massima elongazione ovest	X	
Quadratura		X

2. Un satellite in rotta di collisione

Calcolate il periodo di rivoluzione di un satellite artificiale posizionato su un’orbita circolare attorno alla Terra, a una distanza di $384.4 \cdot 10^3$ km dal centro di quest’ultima, sullo stesso piano dell’orbita della Luna. Perché, qualunque sia la sua posizione iniziale sull’orbita, questo satellite finirà prima o poi per scontrarsi con la Luna?

Soluzione

Detta $\boldsymbol{M_T}$ la massa della Terra e $\boldsymbol{a}$ il raggio dell’orbita, il periodo di rivoluzione $\boldsymbol{T_S}$ del satellite, essendo la sua massa trascurabile rispetto a quella della Terra, è dato dalla relazione:

$$T_S = \sqrt{\frac{4\pi^2\, a^3}{G \cdot \mathrm{M_T}}} \simeq \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot 5.680 \cdot 10^{25}\ \mathrm{m}^3}{6.674 \cdot 10^{-11}\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg\ s}^2} \cdot 5.972 \cdot 10^{24}\ kg}} \simeq 2.372 \cdot 10^6\ s$$

Ma il periodo $\boldsymbol{T_L}$ di rivoluzione della Luna attorno alla Terra vale:

$$T_L = 27.322 \text{ giorni} \simeq 2.3606 \cdot 10^6 \text{ s}.$$

Quindi il periodo di rivoluzione del satellite è maggiore di quello della Luna ed essendo sullo stesso piano orbitale finirà presto o tardi per cadere sulla superficie lunare.

Nota. Il motivo per cui il periodo di rivoluzione del satellite, pur avendo un raggio dell’orbita pari al semiasse maggiore dell’orbita della Luna, è leggermente maggiore del periodo della Luna, è dovuto al fatto che nel calcolo del periodo lunare la massa della Luna non è trascurabile rispetto a quella della Terra. Quindi nel caso del sistema Terra-Luna il semiasse maggiore dell’orbita è sempre la somma delle distanze tra i centri dei due corpi, ma occorre considerare la somma delle masse della Terra e della Luna.

3. Curiosity “a dieta”

Calcolate la variazione percentuale del peso del rover Curiosity (massa = 900 kg), se questo si spostasse da uno dei poli all’equatore di Marte. Assumete che il pianeta abbia forma sferica e che la massa del rover non cambi nel corso dello spostamento.

Soluzione

Detta **m** la massa del rover, poiché l’effetto della rotazione di Marte è nullo ai poli, il peso di Curiosity $\mathbf{P_{poli}}$ è determinato unicamente dalla legge di gravitazione universale. Detti **M** la massa di Marte e **R** il suo raggio si ha:

$$\mathrm{P_{poli}} = \mathrm{m}\frac{\mathrm{G\,M}}{\mathrm{R}^2} \simeq 900\ \mathrm{kg} \cdot \frac{6.674 \cdot 10^{-11}\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg\ s}^2} \cdot 6.417 \cdot 10^{23}\ \mathrm{kg}}{(3397 \cdot 10^3\ \mathrm{m})^2} \simeq 3340\ \mathrm{N}.$$

Se invece Curiosity si spostasse verso l'equatore di Marte, il suo peso sarebbe attenuato dalla rotazione del pianeta. Detto **T** il periodo di rotazione di Marte, la velocità di rotazione all'equatore $\mathbf{v_{rot}}$ è:

$$v_{rot} = \frac{2\,\pi\,R}{T} \simeq \frac{2\,\pi \cdot 3397 \cdot 10^3\ \text{m}}{88644\ \text{s}} \simeq 240.8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\,,$$

e in un sistema di riferimento solidale con il pianeta la forza centrifuga $\mathbf{F_c}$ a cui è sottoposto Curiosity vale:

$$F_c = \frac{m \cdot v^2}{R} \simeq \frac{900\ \text{kg} \cdot (240.8\ \text{m/s})^2}{3397 \cdot 10^3\ \text{m}} \simeq 15.4\ \text{N}\,.$$

Dato che all'equatore le due forze hanno la stessa direzione ma verso opposto, il peso P_{eq} di Curiosity all'equatore di Marte è:

$$P_{eq} = P_{poli} - F_c \simeq 3325\ \text{N}\,.$$

che corrisponde a una variazione percentuale $\Delta_{\%}$:

$$\Delta_{\%} = \frac{P_{poli} - P_{eq}}{P_{poli}} \cdot 100 \simeq \frac{15.4\ \text{N}}{3340\ \text{N}} \cdot 100 \simeq 0.46\ \%\,.$$

4. Betelgeuse come SN1987A

La figura a sinistra mostra il resto della supernova SN1987A, osservata da HST nella Grande Nube di Magellano, che dista dal Sole 50.0 kpc. La supernova ha raggiunto, al momento del massimo di luminosità, una magnitudine apparente pari a 3.0. Si ritiene che anche la stella Betelgeuse, distante da noi 550 anni luce, esploderà come supernova con magnitudine assoluta massima pari a quella di SN1987A. Quando ciò avverrà, quale magnitudine apparente avrà, osservata dalla Terra, la supernova Betelgeuse?

Soluzione

Dalla relazione che lega la magnitudine apparente **m** a quella assoluta **M** e alla distanza **d** in parsec

$$M = m + 5 - 5\log d$$

ricaviamo la magnitudine assoluta di SN1987A:

$$M \simeq 3.0 + 5 - 5\log\ 50.0 \cdot 10^3 \simeq -15.5\,.$$

La distanza di Betelgeuse in parsec $\mathbf{d_{Bet}}$ è pari a:

$$d_{Bet} = \frac{550\ \text{anni luce}}{3.2616\ \frac{\text{anno luce}}{\text{parsec}}} \simeq 169\ \text{parsec}\,.$$

Quando Betelgeuse esploderà come supernova avrà una luminosità, e quindi una magnitudine assoluta, uguale a quella di SN1987A: la sua magnitudine apparente $\mathbf{m_{Bet}}$ sarà:

$$m_{Bet} = M - 5 + 5\log d_{Bet} \simeq -15.5 - 5 + 5\log 169 \simeq -9.4\,.$$

Per confronto, consideriamo che la magnitudine apparente di Venere al massimo di luminosità è ≃ -5.

5. Un Sole pulsante

Le variabili cefeidi sono stelle pulsanti: il loro raggio e la loro luminosità variano periodicamente attorno a un valore medio. Nel 1922 l'astronoma Henrietta Leavitt scoprì che esiste una relazione tra il periodo **P** (in giorni) e la magnitudine assoluta media **M** di queste stelle. Con i valori oggi accettati per le costanti, la relazione è:

$$M = -2.85\log P - 1.37\,.$$

1. Calcolate il periodo di pulsazione, in minuti, del Sole se fosse una stella cefeide.
2. Se durante la pulsazione la temperatura della fotosfera del Sole aumentasse di 1000 K e il suo raggio diminuisse del 20%, calcolate quanto varrebbe in quel momento la sua magnitudine assoluta.

Considerate i dati del Sole presenti in tabella quali valori medi.

Soluzione

a) Detta $\mathbf{M_{\odot}}$ la magnitudine assoluta media del Sole, dalla formula di Leavitt otteniamo:

$$P = 10^{\left(\frac{M_{\odot} + 1.37}{-2.85}\right)} \simeq 10^{\left(\frac{4.83 + 1.37}{-2.85}\right)} \simeq 6.68 \cdot 10^{-3}\ \text{giorni} \simeq 9.61\ \text{minuti}\,.$$

b) Detti $\mathbf{R_{\odot}}$ e $\mathbf{T_{\odot}}$ il raggio e la temperatura della fotosfera del Sole a cui corrisponde la magnitudine assoluta $\mathbf{M_{\odot}}$, dalla legge di Stefan-Boltzmann la luminosità $\mathbf{L_{\odot}}$ vale:

$$\mathbf{L}_\odot = 4\,\pi\,\mathbf{R}_\odot{}^2\,\sigma\,\mathbf{T}_\odot{}^4\,.$$

Dette $\mathbf{M_P}$ la magnitudine assoluta del Sole nella fase di pulsazione in cui la temperatura aumenta di 1000 K e il raggio diminuisce del 20% e $\mathbf{L_P}$ la corrispondente luminosità si ha:

$$\mathrm{M_P} - \mathrm{M_\odot} = -2.5\,\log\frac{\mathrm{L_P}}{\mathrm{L_\odot}}$$

$$\mathrm{M_P} = \mathrm{M_\odot} - 2.5\,\log\left[\frac{4\,\pi\,(0.8\cdot\mathrm{R_\odot})^2\,\sigma\,(1000+\mathrm{T_\odot})^4}{4\,\pi\,\mathrm{R_\odot}{}^2\,\sigma\,\mathrm{T_\odot}{}^4}\right]$$

$$\mathrm{M_P} \simeq 4.83 - 2.5\log\left[\frac{0.64\cdot(6778\ \mathrm{K})^4}{(5778\ \mathrm{K})^4}\right] \simeq 4.83 - 2.5\log 1.21 \simeq 4.62\,.$$