XIX OLIMPIADI ITALIANE DI ASTRONOMIA

Gara Interregionale – 7 maggio 2021

Categoria Junior 2

1. Il Sole e le stagioni
Scrivete gli intervalli entro cui variano l'ascensione retta (α) e la declinazione (δ) del Sole durante le 4 stagioni giustificando la vostra risposta.

Soluzione
Il moto apparente del Sole avviene lungo l'eclittica, che è inclinata di un angolo ε = 23° 26' (obliquità dell'eclittica) rispetto all'equatore celeste. All'equinozio di primavera il Sole transita per il punto di Ariete (o punto ϒ) che ha coordinate: $\alpha = 0$ h, $\delta = 0°$. All'equinozio di autunno il Sole transita per il punto della Bilancia (o punto Ω) che ha coordinate: $\alpha = 12$ h, $\delta = 0°$. Dopo il transito al punto ϒ ascensione retta e declinazione del Sole aumentano, fino a raggiungere i valori: $\alpha = 6$ h, $\delta = 23° 26'$ al solstizio d'estate. Dopo il transito al punto Ω l'ascensione retta del Sole aumenta e la declinazione diminuisce fino a raggiungere i valori: $\alpha = 18$ h, $\delta = -23° 26'$ al solstizio d'inverno. Sulla base di quanto detto, avremo:

Stagione	Variazione α	Variazione δ
primavera	$0 \text{ h} \leq \alpha < 6 \text{ h}$	$0° \leq \delta < +23° 26'$
estate	$6 \text{ h} \leq \alpha < 12 \text{ h}$	$+23° 26' \geq \delta > 0°$
autunno	$12 \text{ h} \leq \alpha < 18 \text{ h}$	$0° \geq \delta > -23° 26'$
inverno	$18 \text{ h} \leq \alpha < 24 \text{ h}$	$-23° 26' \leq \delta < 0°$

2. Perielio e afelio
Calcolate l'eccentricità dell'orbita di un asteroide la cui distanza all'afelio supera del 20 % la sua distanza al perielio.

Soluzione
Detto **a** il semiasse maggiore dell'orbita dell'asteroide, le relazioni che legano le distanze all'afelio e al perielio ($\mathbf{d_a}$ e $\mathbf{d_p}$) con l'eccentricità (**e**) dell'orbita sono:

$$d_a = a\,(1 + e)\,,$$

$$d_p = a\,(1 - e)\,.$$

Se la distanza all'afelio supera del 20% quella al perielio avremo:

$$d_a = d_p + 0.20\,d_p = 1.20\,d_p$$

e quindi:

$$a\,(1 + e) = 1.20\,a\,(1 - e)$$

$$(1 + e) = 1.20\,(1 - e)$$

$$1 + e = 1.20 - 1.20\,e$$

$$2.20\,e = 0.20$$

$$e = \frac{0.20}{2.20} = 0.09\,.$$

3. Il satellite in orbita circolare
Calcolate il modulo della velocità tangenziale e il periodo di rivoluzione di un satellite che percorre un'orbita circolare a un'altezza di 160.1 km sulla superficie della Terra. Trascurate la presenza dell'atmosfera.

Soluzione
Poiché il satellite è in orbita circolare a un'altezza **h** dal suolo, detti **R** il raggio della Terra e **M** la sua massa, il modulo della velocità tangenziale (**v**) è costante ed è pari alla prima velocità cosmica alla distanza h + R dal centro della Terra:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{R + h}} \simeq \sqrt{\frac{6.674 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg\, s^2} \cdot 5.972 \cdot 10^{24}\ kg}{6378 \cdot 10^3\ m + 160.1 \cdot 10^3\ m}} \simeq 7808\ \frac{m}{s}.$$

Poiché la velocità è costante, detti **s** lo spazio percorso e **t** il tempo impiegato vale la relazione:

$$t = \frac{s}{v}.$$

Quindi detta **C** la lunghezza dell'orbita il periodo orbitale **T** del satellite si ricava dalla relazione:

$$T = \frac{C}{v} = \frac{2\,\pi \cdot (R + h)}{v} \simeq \frac{2\,\pi \cdot 6538 \cdot 10^3\ m}{7808\ \frac{m}{s}} \simeq 5261\ s \simeq 1\ h\ 27\ m\ 41\ s\,.$$

4. Osservazioni al telescopio
Un telescopio amatoriale ha un obiettivo di 9 cm di diametro e rapporto focale f/13. Viene condotta un'osservazione visuale utilizzando un oculare di lunghezza focale di 39 mm e campo di vista (FoV) di 100°.
1. Qual è l'ingrandimento che si ottiene?
2. Qual è il campo di vista del telescopio con questo oculare?

Soluzione
Detto **D** il diametro dell'obiettivo, poiché il rapporto focale è f/13, la focale del telescopio (**F**) è data dalla relazione:

$$F = 13 \cdot D = 117\ cm = 1170\ mm\,.$$

L'ingrandimento (**I**) che si ottiene utilizzando un dato oculare è dato dal rapporto tra la focale del telescopio (**F**) e la focale dell'oculare (**f'**):

$$I = \frac{F}{f'} = \frac{1170\ mm}{39\ mm} = 30\,.$$

Il campo di vista di un telescopio (**$FoV_{Telescopio}$**) utilizzando un dato oculare, è dato dal campo di vista dell'oculare (**$FoV_{oculare}$**) diviso per l'ingrandimento che si ottiene con quell'oculare:

$$FoV_{Telescopio} = \frac{FoV_{oculare}}{I} = \frac{100°}{30} \simeq 3.3°\,.$$

5. Una cometa in fuga?
Una cometa, osservata in opposizione, si trova sul piano dell'eclittica a una distanza dal nostro pianeta pari a 2.40 UA. La cometa si allontana dal Sole, rimanendo sul piano dell'eclittica, con una velocità di 24.0 ± 0.5 km/s. Determinate se si tratta di una cometa periodica, oppure di una cometa che abbandonerà il Sistema Solare. Considerate solo la gravità del Sole, trascurando le possibili interazioni con gli altri corpi del Sistema Solare. Assumete l'orbita della Terra circolare.

Soluzione
Poiché al momento dell'osservazione la cometa è in opposizione e si trova sul piano dell'eclittica, la sua distanza (**D**) dal Sole vale:

$$D = 2.40\ \mathrm{UA} + 1\ \mathrm{UA} = 3.40\ \mathrm{UA} \simeq 509 \cdot 10^6\ \mathrm{km}\,.$$

Per capire se è una cometa periodica, cioè gravitazionalmente legata al Sole, oppure una cometa che sta abbandonando il Sistema Solare è sufficiente calcolare il valore (**v_f**) della seconda velocità cosmica (o velocità di fuga) alla distanza D dal Sole. Detta **$M_\odot$** la massa del Sole avremo:

$$v_f = \sqrt{\frac{2\ G \cdot M_\odot}{D}} \simeq \sqrt{\frac{2 \cdot 6.674 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg\ s^2} \cdot 1.989 \cdot 10^{30}\ kg}{509 \cdot 10^9\ m}} \simeq 22.8 \cdot 10^3\ \frac{m}{s} \simeq 22.8\ \frac{km}{s}\,.$$

Considerando l'errore sperimentale, il valore minimo **v_{min}** della velocità della cometa è:

$$v_{min} = 24.0\ \frac{km}{s} - 0.5\ \frac{km}{s} = 23.5\ \frac{km}{s}\,.$$

Poiché risulta

$$v_{min} > v_f$$

possiamo concludere che la cometa è destinata ad abbandonare il Sistema Solare.