Olimpiadi Italiane di Astronomia 2020

Corso di preparazione alla Finale Nazionale

Categoria Junior 2 - Lezione 3

1. A partire da quale distanza il Sole non sarebbe più osservabile a occhio nudo per un osservatore posto su un pianeta la cui atmosfera ha le stesse caratteristiche di quella della Terra?

Soluzione

La magnitudine limite delle stelle visibili a occhio nudo dipende fortemente dalla composizione dell'atmosfera; per un'atmosfera simile a quella della Terra assumiamo $m_{limite} = 6$.

Ponendo quindi $m_\odot = 6$ *nella relazione:* $M_\odot = m_\odot + 5 - 5 \log d$*, otteniamo la distanza massima dalla quale il Sole è visibile a occhio nudo:*

$$D_{max} \simeq 10^{\left(\frac{m_\odot - M_\odot + 5}{5}\right)} \simeq 10^{\left(\frac{6.00 - 4.83 + 5}{5}\right)} \simeq 17.1\ pc \simeq 55.9\ anni\ luce$$

2. Siete arrivati con la vostra astronave nei pressi di un pianeta del Sistema Solare. Osservate che la magnitudine apparente del Sole è $m_\odot = -19.35$. Vicino a quale pianeta vi trovate?

Soluzione

Dalla relazione: $M = m + 5 - 5 \log d$*, sostituendo i dati del Sole otteniamo:*

$$d \simeq 10^{\left(\frac{m_\odot - M_\odot + 5}{5}\right)} \simeq 10^{\left(\frac{-19.35 - 4.83 + 5}{5}\right)} \simeq 1.459 \cdot 10^{-4}\ pc \simeq 30.1\ UA$$

Vi trovate quindi in prossimità di Nettuno

3. Due stelle hanno magnitudini apparenti $m_1 = 3.74$ e $m_2 = 4.15$. Quanto vale la somma delle magnitudini delle due stelle?

Soluzione

Per calcolare la somma delle magnitudini possiamo usare la relazione:

$$m_{1+2} = m_2 - 2.5 \log \left(10^{0.4\,(m_2 - m_1)} + 1\right) = 4.15 - 2.5 \log \left(10^{0.4\,(4.15 - 3.74)} + 1\right) = 3.17$$

Oppure, considerando i flussi:

$$m_{1+2} = -2.5 \log \left(10^{-0.4\,m_1} + 10^{-0.4\,m_2}\right) = -2.5 \log \left(10^{-1.496} + 10^{-1.66}\right) = 3.17$$

4. Una stella dista dal Sole d = 326.2 anni luce e ha magnitudine apparente $m_S = 3.25$ e temperatura della fotosfera $T_s = 3000$ K. Si determini la magnitudine assoluta della stella e il suo raggio in unità di raggi solari e in km.

Soluzione

La distanza della stella in parsec ***D*** *vale:* $D \simeq \frac{d}{3.2616} \simeq 100.0\ pc$. *La magnitudine assoluta* $\boldsymbol{M_s}$ *della stella vale:*

$$M_s = m + 5 - 5 \log d \simeq 3.25 + 5 - 5 \log (100.0) \simeq -1.75$$

Dalla relazione $M_\odot - M_S = -2.5 \log \left(\frac{L_\odot}{L_S}\right)$ *ricaviamo:*

$$\log \left(\frac{L_\odot}{L_S}\right) \simeq -2.63 \qquad \textit{da cui: } L_S \simeq \frac{L_\odot}{10^{-2.63}} \simeq 427\ L_\odot$$

Applicando la legge di Stefan-Boltzmann alle due stelle:

$$4\,\pi\,{R_S}^2\,\sigma\,{T_S}^4 = 427 \cdot 4\,\pi\,{R_\odot}^2\,\sigma\,{T_\odot}^4$$

e quindi:

$$R_S = R_\odot \sqrt{427 \left(\frac{T_\odot}{T_S}\right)^4} \simeq R_\odot \sqrt{427 \left(\frac{5778}{3000}\right)^4} \simeq 76.7\ R_\odot \simeq 53.3 \cdot 10^6\ km$$

La stella è una "gigante rossa", il suo raggio è quasi uguale al semiasse maggiore dell'orbita di Mercurio

5. Calcolare il potere risolutivo, a 5500 Å, di un telescopio con apertura di 1 m posto sulla superficie della Terra. Potete osservare con questo strumento, usando le precauzioni del caso, una macchia solare con diametro pari a quello della Terra posta sull'equatore del Sole? Potete osservare un cratere lunare con diametro di 500 m posto sull'equatore della Luna?

Soluzione

Il potere risolutivo α del telescopio in secondi d'arco vale:

$$\alpha = 1.22 \cdot \frac{5500 \cdot 10^{-10}}{1} \cdot 206265 \simeq = 0''.14$$

Tuttavia se il telescopio è posto sulla superficie della Terra il suo potere risolutivo "reale" è limitato a circa 1" dagli effetti della turbolenza atmosferica. Nel seguito due delle possibili soluzioni per la seconda domanda, dove vengono trascurate le dimensioni del Sole, della Terra e della Luna rispetto alle loro distanze.

Soluzione (2a)

*Detti **d** il diametro della macchia solare, **D** la distanza media Terra-Sole e β l'angolo sotteso dalla macchia osservata dalla Terra, si ha:*

$$\beta = \tan^{-1}\frac{d}{D} \simeq \tan^{-1}\frac{12756\ km}{149.6 \cdot 10^{6}\ km} \simeq 0°.004885 = 17''.59$$

la macchia risulta quindi ben osservabile, in quanto il valore ottenuto è maggiore della risoluzione del telescopio anche tenendo conto degli gli effetti della turbolenza dell'atmosfera.

*Detti **K** il diametro del cratere lunare, **L** la distanza media Terra-Luna e γ l'angolo sotteso dal cratere osservato dalla Terra, si ha:*

$$\gamma = \tan^{-1}\frac{K}{L} \simeq \tan^{-1}\frac{0.5\ km}{384.4 \cdot 10^{3}\ km} \simeq 7°.45 \cdot 10^{-5} \simeq 0''.27$$

Poiché $\gamma > \alpha$ il cratere sarebbe in teoria distinguibile con il nostro telescopio, ma in pratica la turbolenza atmosferica ne impedisce l'osservazione

Soluzione (2b)

*Calcoliamo le dimensioni lineari **A** e **B**, corrispondenti a un angolo δ = 1" (pari al potere risolutivo considerando gli effetti della turbolenza atmosferica) alla distanza del Sole e della Luna:*

$$A = D \cdot \tan\delta \simeq 149.6 \cdot 10^{6}\ km \cdot \tan 2°.778 \cdot 10^{-4} \simeq 725.3\ km$$

$$B = L \cdot \tan\delta \simeq 384.4 \cdot 10^{3}\ km \cdot \tan 2°.778 \cdot 10^{-4} \simeq 1.864\ km$$

Vediamo quindi che la macchia solare sarebbe facilmente distinguibile ($A < 2R_{Terra}$), mentre l'osservazione del cratere lunare non sarebbe possibile ($B > K$).

6. L'ammasso globulare M3 dista dal Sole D = 10.5 kpc e ha un diametro apparente β = 18'. Stimate il diametro dell'ammasso in anni luce. Se osservate l'ammasso con un telescopio con focale F = 10 m, quanto varranno le sue dimensioni lineari sul piano focale del telescopio?

Soluzione.

*Il diametro **d** dell'ammasso è dato da:*

$$d = D \tan\beta \cong 10.5 \cdot 10^{3}\ pc \cdot \tan 0°.3 \simeq 55.0\ pc \simeq 179\ anni\ luce$$

Detta $\mathbf{d}_f$ la dimensione lineare dell'immagine dell'ammasso sul piano focale del telescopio si ha:

$$d_f = F \cdot \tan\beta \simeq 10\ m \cdot \tan 0°.3 \simeq 0.052\ m = 5.2\ cm$$

7. Una nebulosa planetaria si espande in modo isotropo con una velocità costante v = 17.0 km/s. Dal febbraio 1972 al febbraio 2017 le dimensioni angolari del suo raggio sono aumentate da $\alpha_{1972} = 34''$ a $\alpha_{2017} = 40''$. Calcolate la distanza, in anni luce e in parsec, della nebulosa e il suo diametro nel febbraio 2017 in km e in UA.

Soluzione.

Poiché l'espansione è isotropa e con velocità costante, in 45 anni ($t \cong 1.42 \cdot 10^9$ s) le dimensioni della nebulosa planetaria sono aumentate linearmente di:

$$\Delta X = v \cdot t \simeq 17.0\ \frac{km}{s} \cdot 1.42 \cdot 10^9\ s \simeq 2.41 \cdot 10^{10}\ km$$

Nello stesso tempo l'aumento di dimensioni angolari è stato di $\Delta\alpha = 6'' \simeq 1^\circ.67 \cdot 10^{-3}$

*La distanza **d** per cui a una variazione lineare ΔX corrisponde una variazione angolare Δα è:*

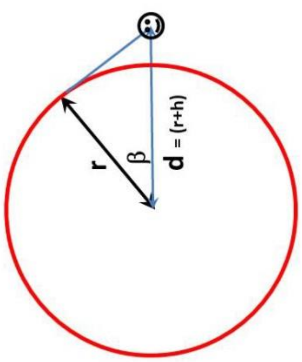
$$d = \frac{\Delta X}{\tan \Delta\alpha} \simeq \frac{2.41 \cdot 10^{10}\ km}{\tan 1^\circ.67 \cdot 10^{-3}} \simeq 8.27 \cdot 10^{14}\ km \simeq 87.4 \text{ anni luce} \simeq 26.8 \text{ parsec}$$

*Poiché le dimensioni angolari valgono attualmente α = 40″, nota la distanza della nebulosa ne ricaviamo il diametro **D** dalla relazione:*

$$D = 2 \cdot d \cdot \tan\alpha \simeq 2 \cdot 8.27 \cdot 10^{14}\ km \cdot \tan 1^\circ.11 \cdot 10^{-2} \simeq 3.21 \cdot 10^{11}\ km \simeq 2150\ UA$$

8. Transitando sopra il Polo Nord, un astronauta nota che può vedere la città di Anchorage (λ = 149° 43′ O, φ = 61° 13′ N). A che altezza minima deve trovarsi l'astronauta? Si trascurino gli effetti della rifrazione.

Soluzione



Poiché l'astronauta si trova sulla verticale del Polo, l'angolo limite di osservabilità coincide con la latitudine e vale:

$$\beta = 28^\circ\ 47'$$

L'altezza minima è quindi quella da cui è possibile osservare due punti sulla superficie della Terra, di cui il primo sotto l'osservatore, separati da tale distanza angolare.

Poiché: r = (r + h) cos β, otteniamo:

$$h = \frac{r}{\cos\beta} - r \simeq \frac{6378\ km}{0.8764} - 6378\ km \simeq 900\ km$$

9. Osservando un quasar, una riga spettrale, la cui lunghezza d'onda a riposo è $\lambda_0 = 3000$ Å viene osservata a $\lambda_{obs} = 15000$ Å. Quanto valgono la velocità di recessione del quasar e la sua distanza? Si assuma per la costante di Hubble il valore: H = 67.4 km s^{-1} Mpc^{-1}.

Soluzione.

*Detta **v** la velocità di recessione del quasar e considerando la correzione relativistica, la relazione tra lunghezza d'onda osservata e lunghezza d'onda a riposo è:*

$$\lambda_{oss} = \lambda_0 \sqrt{\frac{1+\frac{v}{c}}{1-\frac{v}{c}}}$$

Da cui si ricava:

$$v = \frac{\lambda_{oss}^2 - \lambda_0^2}{\lambda_{oss}^2 + \lambda_0^2} \cdot c = \frac{22500 \cdot 10^4\ Å^2 - 900 \cdot 10^4\ Å^2}{22500 \cdot 10^4\ Å^2 + 900 \cdot 10^4\ Å^2} \cdot c \simeq 0.9231\ c \simeq 276700\ \frac{km}{s}$$

*Per il calcolo della distanza **D** del quasar utilizziamo la legge di Hubble:*

$$D = \frac{v}{H} \simeq \frac{276700\ \frac{km}{s}}{67.4\ \frac{km}{s}\ Mpc} \simeq 4100\ Mpc\ \simeq 13.37\ \cdot\ 10^9\ anni\ luce$$

10. Nel 2011 venne diffusa la notizia che il CERN di Ginevra e i Laboratori Nazionali del Gran Sasso avevano rilevato una velocità dei neutrini superiore a quella della luce di un fattore $20 \cdot 10^{-6}$. La notizia è stata poi smentita ma, qualora vera, calcolare quanto tempo sarebbe passato tra l'arrivo sulla Terra del primo neutrino e l'arrivo del primo segnale luminoso provenienti dalla supernova SN1987A esplosa nella Grande Nube di Magellano (LMC, distanza = 49.97 kpc). La Grande Nube di Magellano non è osservabile alle latitudini del CERN e del Gran Sasso, come avrebbero potuto questi due laboratori rivelare i neutrini della SN 1987A ?

Soluzione.

La distanza della LMC è: $D_{LMC} \simeq 49.97\ \cdot\ 10^3\ pc\ \cdot 3.262\ \simeq\ 163.0\ \cdot\ 10^3\ anni\ luce$. *Il segnale luminoso viaggia alla velocità della luce, mentre, per l'ipotesi fatta, i neutrini viaggerebbero a una velocità:* $v_n = c + 20\ \cdot\ 10^{-6}\ c = (1 + 20\ \cdot\ 10^{-6})\ c$ *. Il tempo impiegato dai fotoni e dai neutrini sarebbe quindi:*

$$t_{fotoni} = \frac{D_{LMC}}{c} = \ 163000\ \textit{anni}$$

$$t_{neutrini} = \frac{D_{LMC}}{(1+20 \cdot 10^{-6})\ c} = \frac{t_{fotoni}}{(1+20 \cdot 10^{-6})} \ \simeq\ 162996.7\ \textit{anni}$$

Quindi i neutrini sarebbero dovuti arrivare circa 3.3 anni prima dei fotoni. I neutrini sono in grado di attraversare la Terra praticamente indisturbati; è quindi possibile osservare i neutrini provenienti da oggetti celesti che si trovano al di sotto dell'orizzonte.