Olimpiadi Italiane di Astronomia 2020

Corso di preparazione alla Finale Nazionale

Categoria Junior 2 - Lezione 2

1. Una cometa descrive un'orbita con eccentricità e = 0.921 e distanza dal Sole al perielio di 0.451 UA. Consideriamo le due semi-orbite separate dall'asse minore dell'ellisse. Quando tempo impiega la cometa per percorre ognuna delle due semi-orbite?

Soluzione

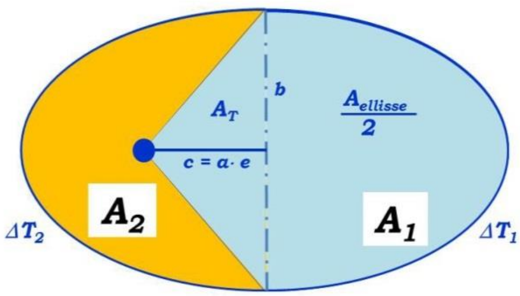
*Deriviamo i parametri dell'orbita della cometa. Per i semiassi **a** e **b** ricaviamo:*

$$a = \frac{d_P}{(1-e)} \simeq \frac{0.451}{0.079} \simeq 5.71\ UA$$

$$b = a\sqrt{1 - e^2} \simeq 5.71 \cdot 0.390 \simeq 2.23\ UA$$

*Il periodo orbitale **T** in anni vale:*

$$T = \sqrt{a^3} \simeq \sqrt{186} \simeq 13.6\ anni$$



L'area totale dell'ellisse è data dalla relazione:

$$A_{ellisse} = \pi\ a\ b \simeq 40.0\ UA^2$$

*L'area della semi-orbita **A_2** vale:*

$$A_2 = \frac{A_{ellisse}}{2} - a \cdot e \cdot b \simeq 8.3\ UA^2$$

Dalla II legge di Keplero sappiamo che:

$$\Delta T_n : A_n = T : A_{ellisse}$$

e quindi:

$$\Delta T_2 = \frac{A_2 \cdot T}{A_{ellisse}} \simeq \frac{8.3\ UA^2 \cdot 13.6\ anni}{40.0\ UA^2} \simeq 2.8\ anni$$

Ovviamente per l'altra semi-orbita valgono le relazioni:

$$A_1 = \frac{A_{ellisse}}{2} + a \cdot e \cdot b \simeq 31.7\ UA^2 \qquad \Delta T_1 = \frac{A_1 \cdot T}{A_{ellisse}} \simeq \frac{31.7\ UA^2 \cdot 13.6\ anni}{40.0\ UA^2} \simeq 10.8\ anni$$

Nota: soluzione alternativa

$$\frac{\Delta T_1}{\Delta T_2} = \frac{A_1}{A_2} \qquad \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2} + 1 = \frac{A_1}{A_2} + 1 \qquad \frac{\Delta T_1 + \Delta T_2}{\Delta T_2} = \frac{A_1 + A_2}{A_2} \qquad \frac{T}{\Delta T_2} = \frac{A}{A_2} \qquad \Delta T_2 = \frac{A_2 \cdot T}{A}$$

$$A_2 = \frac{\pi\ a\ b}{2} - a \cdot e \cdot b = \left(\frac{\pi}{2} - e\right) ab \qquad \Delta T_2 = \frac{A_2 \cdot T}{A} = \frac{\left(\frac{\pi}{2} - e\right) ab \cdot T}{\pi\ a\ b} = \left(\frac{1}{2} - \frac{e}{\pi}\right) T \simeq 2.8\ anni$$

$$\Delta T_1 = \frac{A_1 \cdot T}{A} = \frac{\left(\frac{\pi}{2} + e\right) ab \cdot T}{\pi\ a\ b} = \left(\frac{1}{2} + \frac{e}{\pi}\right) T \simeq 10.8\ anni$$

2. Dimostrare che da Catania (φ = +37° 31′) non si può osservare la Luna passare allo Zenith. Per la soluzione si ricordi che l'orbita della Luna è inclinata di circa 5° rispetto all'eclittica. In quali regioni della Terra si può osservare la Luna passare allo Zenith, o oltre?

Soluzione

A Catania l'altezza massima dell'equatore celeste vale:

$$h_{max-equatore-CT} = 90° - \varphi = 90° - 37°\ 31' = 52°\ 29'$$

L'eclittica forma con l'equatore celeste un angolo ε = 23° 26′ e quindi:

$$h_{max-eclittica-CT} = h_{max-equatore-CT} + \varepsilon$$

Poiché al massimo la Luna si trova 5° sopra l'eclittica, a Catania avremo:

$$h_{max-Luna-CT} = h_{max-eclittica-CT} + 5° = h_{max-equatore-CT} + \varepsilon + 5° = 90° - \varphi + \varepsilon + 5° = 80°\ 55'$$

Quindi a Catania la Luna non può raggiungere lo Zenith.
In generale vale la relazione:

$$h_{max-Luna} = 90° - \varphi + \varepsilon + 5°$$

Ponendo $h_{max} = 90°$ *otteniamo la latitudine massima dalla quale la Luna passa allo Zenith:*

$$\varphi_{max} = 90° - 90° + \varepsilon + 5° = 28°\, 26'$$

Per latitudini inferiori la Luna passerà oltre lo Zenith. Poiché considerazioni analoghe valgono per un osservatore nell'emisfero Sud, concludiamo che si può osservare la Luna passare allo Zenith, o oltre, per tutte le località per cui 28° 26′ > $\varphi >$ *–28° 26′.*

3. Un osservatore misura per la Stella Polare (δ_{2000} = 89° 16′) un'altezza minima di 26° 36′, a che latitudine si trova l'osservatore? Si trascurino gli effetti della precessione.

Soluzione

Anche se molto vicina al Polo Nord Celeste la Stella Polare non coincide perfettamente con esso. All'epoca J2000 la distanza in declinazione era: $\Delta\delta = 90° - 89°\ 16' = 44'$*. Dalla relazione che fornisce l'altezza minima sull'orizzonte di una stella:* $h_{min} = -90° + \varphi + \delta$ *e trascurando la precessione otteniamo:*

$$\varphi = 90° + h_{min} - \delta = 90° + 26°\, 36' - 89°\, 16' = 27°\, 20'$$

Se consideriamo la rifrazione, il cui valore per una stella con altezza sull'orizzonte di circa 25° è $r \simeq 2'$*, otteniamo:*

$$\varphi = 90° + h_{min} - \delta - r \simeq 90° + 26°\, 36' - 89°\, 16' - 2' \simeq 27°\, 18'$$

4. Un osservatore dispone di un orologio a tempo universale e di un orologio a tempo siderale. In un certo istante i due orologi segnano entrambi t = 0. Che tempo segnerà l'orologio a tempo siderale quando quello a tempo universale segnerà t = 16 h ?

Soluzione

La durata di un giorno solare medio (il Tempo Universale è definito come il tempo solare medio dell'Osservatorio di Greenwich) è di 24 h, mentre la durata del giorno siderale è di 23h 56m 4.1s = 23.9344722 ore. Il rapporto (K) tra i due valori, che permette di convertire gli intervalli di tempo solare medio (ΔT*) in intervalli di tempo siderale (*Δt*) è*

$$K = \frac{24}{23.93447} \simeq 1.0027378$$

Avremo quindi:

$$\Delta t = \Delta T \cdot K = 16 \cdot 1.0027378 \simeq 16.043805\, h \simeq 16h\, 2m\, 37.7s$$

5. Un osservatore sul meridiano di Greenwich misura per una stella un angolo orario H_g = 2h. Nello stesso istante un secondo osservatore misura per la stessa stella un angolo orario H = 4h 15m. A che longitudine si trova il secondo osservatore?

Soluzione

Una differenza di angolo orario misurata nello stesso istante equivale alla differenza in longitudine tra i due osservatori ed è pari a: $\Delta\lambda = \frac{360 \cdot \Delta H}{24} = 33°\, 45'$*. Poiché il secondo osservatore misura un angolo orario maggiore, vuol dire che si trova a est del meridiano di Greenwich e quindi la sua longitudine è:* $\lambda = 33°\, 45'$

6. Nel 1100 A.C. degli astronomi cinesi misurarono l'altezza massima del Sole al meridiano ai solstizi, ottenendo $h_{21giugno}$ = 79° 7′ e $h_{21dicembre}$ = 31° 19′. In entrambi i casi il Sole era a Sud dello Zenith. A quale latitudine furono eseguite queste osservazioni ? Quanto valeva all'epoca l'obliquità dell'eclittica ? E' aumentata o diminuita rispetto al valore attuale ?

Soluzione

La latitudine di un luogo è pari all'altezza del Polo Celeste (Nord in questo caso). Il Polo Celeste si trova a 90° dall'equatore celeste, la cui altezza al meridiano è data dalla media dell'altezza al meridiano del Sole ai solstizi. Si avrà quindi:

$$h_{equatore\ celeste} = \frac{h_{21\ giugno} + h_{21\ dicembre}}{2} = \frac{79°\ 7' + 31°\ 19'}{2} = 55°\ 13'$$

Poiché vale la relazione:

$$\varphi + 90° + h_{equatore\ celeste} = 180°$$

Per ogni latitudine l'altezza massima dell'equatore celeste vale:

$$h_{max-equatore} = 90° - \varphi$$

e quindi:

$$\varphi = 90° - h_{equatore\ celeste} = 90° - 55°\ 13' = 34°\ 47'$$

L'obliquità dell'eclittica è data, in valore assoluto, dalla differenza tra l'altezza del Sole al meridiano in uno dei solstizi e l'altezza dell'equatore celeste al meridiano. Si ha quindi:

$$\varepsilon = 79°\ 7' - 55°\ 13' = 23°\ 54'$$

Notiamo che il valore dell'obliquità dall'anno 1100 A.C. a oggi è diminuito di 28'.

7. Per quanto tempo ogni giorno il Sole rimane visibile, anche solo parzialmente, a un osservatore posto sull'equatore della Terra? Per il diametro apparente del Sole si assuma un valore di 32'; si trascuri la sua variazione di ascensione retta nel corso di un giorno.

Soluzione

All'equatore il Sole tramonta sempre perpendicolarmente all'orizzonte. Nel corso di un giorno solare medio il Sole percorre circa 24h (= 360°) di angolo orario. All'equatore, causa delle sue dimensioni, il Sole sarà visibile all'alba quando il suo centro si trova $\Delta h = 16'$ sotto l'orizzonte e sarà ancora visibile al tramonto quando il suo centro si trova $\Delta h = 16'$ sotto l'orizzonte. Inoltre, a causa della rifrazione dell'atmosfera, pari a circa 35' all'orizzonte, il bordo superiore del Sole diventa visibile all'alba quanto si trova $\Delta r = 35'$ sotto l'orizzonte e sarà ancora visibile al tramonto quando si trova $\Delta r = 35'$ sotto l'orizzonte. In definitiva all'equatore a causa delle dimensioni e della rifrazione il Sole resta visibile per un angolo:

$$H = 180° + 2\Delta h + 2\Delta r = 180° + 32' + 70' = 181°\ 42'$$

Detto ΔT il tempo di permanenza del Sole sopra l'orizzonte, vale la relazione:

$$\Delta T : 181°\ 7' = 12h : 180°$$

e quindi:

$$\Delta T = \frac{181°\ 42' \cdot 12h}{180°} \simeq 12.11\ h \simeq 12h\ 7m$$

8. Un osservatore si trova a latitudine $\varphi = +42°$. Quanto valgono per l'osservatore l'ascensione retta, la declinazione e l'angolo orario dello zenit ?

Soluzione

Per ogni latitudine l'altezza massima dell'equatore celeste vale:

$$h_{max-equatore} = 90° - \varphi$$

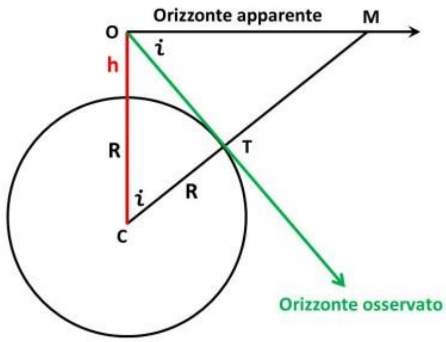
Vale inoltre la relazione:

$$\delta_{zenith} = 90° - h_{max-equatore} = \varphi = 42°$$

Quindi la declinazione dello zenith è sempre pari alla latitudine del luogo, nel caso in esame: $\delta_{zenith} = +42°$, e non cambia al passare del tempo a meno degli effetti dovuti alla precessione e alla variazione dell'obliquità dell'eclittica. L'angolo orario dello zenith è costante ed è pari a zero, poiché, per definizione, il meridiano del luogo passa per lo zenith. L'ascensione retta dello zenith varia a causa della rotazione della Terra e in ogni istante è pari al tempo siderale locale (LST). A *causa della differenza tra giorno solare e giorno siderale, dopo 24h di tempo solare medio l'ascensione retta sarà aumentata di circa 3m e 56s rispetto al giorno precedente.*

9. Dal punto più alto di un atollo posto all'equatore la Stella Polare (δ_{2016} ~ 89° 16') risulta circumpolare. Calcolare l'altezza massima dell'atollo.

Soluzione



L'altezza minima della Polare all'equatore vale:

$$h_{min} = \varphi - 90 + \delta = 0° -90° + 89° 16' = - 44'$$

*La rifrazione abbassa l'orizzonte di circa 35', quindi per rendere la Polare circumpolare l'altezza dell'atollo **h** dovrà produrre un'ulteriore abbassamento della linea dell'orizzonte di:*

$$i = 44' - 35' = 9'$$

Poiché: $$\cos i = \frac{R_{Terra}}{R_{Terra} + h}$$

avremo: $$h = \frac{R_{Terra}}{\cos i} - R_{Terra} \simeq 22\ m$$

10. "Alla sua massima altezza sull'orizzonte, Sirio (α_{2000} = 6h 45m; δ_{2000}= -16° 42', m_V = -1.46) è la stella più luminosa del cielo" è un'affermazione sicuramente vera per un osservatore posto a Catania. Considerando un osservatore posto al livello del mare e trascurando gli effetti dovuti alla precessione, in quali altre regioni della Terra l'affermazione è vera? Si assuma che a 6° $\pm$ 1° di altezza sull'orizzonte l'assorbimento dell'atmosfera è di 1.8 magnitudini e che a 6° di altezza la massa d'aria vale X = 8.5. Si ricordi infine che Arturo (= α Boo, α_{2000} = 14h 15m; δ_{2000}= +19° 11'; m_V = -0.04) è la stella più luminosa dell'emisfero boreale del cielo.

Soluzione

In una località, al livello del mare, a latitudine φ, sono visibili le stelle con declinazione: $\boldsymbol{\delta} > \varphi - 90$.

Sirio sarà quindi visibile per tutte le regioni della Terra con latitudine: $\varphi < 73° 18'$

Tenendo conto della rifrazione, che all'orizzonte vale circa 35', Sirio sarà visibile da tutte le località con latitudine:

$$\varphi < 73° 53'$$

Tuttavia a un'altezza sull'orizzonte di 6° ± 1°, a causa dell'assorbimento dell'atmosfera, la magnitudine apparente di Sirio sarà circa:

$$m_{Sirio} = -1.46 + 1.8 \approx 0.3$$

Da questo valore deduciamo che il coefficiente di estinzione atmosferica vale:

$$k = \frac{m - m_V}{X_{6°}} \approx \frac{0.3 + 1.46}{8.5} \approx 0.21$$

Sirio ha un'altezza massima di 6° sull'orizzonte per latitudini $\varphi \simeq 68°$. A queste latitudini l'altezza massima di Arturo (trascurando la rifrazione) sarà:

$$h_{max-Arturo} = 90° - \varphi + \delta \simeq 41°$$

A tale altezza il valore di massa d'aria può essere calcolato con l'approssimazione:

$$X_{42°} \simeq \frac{1}{\cos(90 - h)} \simeq \frac{1}{cos\ 49°} \simeq 1.5$$

e la magnitudine apparente di Arturo sarà:

$$m = m_V + k\,X \simeq -0.04 + 0.21 \cdot 1.5 \simeq 0.3$$

Quindi Sirio risulta visibile per latitudini $\varphi < 73° 53'$, per latitudini $68° \pm 1° \lesssim \varphi < 73° 53'$, l'assorbimento dell'atmosfera fa si che Arturo risulti più luminosa di Sirio. Per tutte le regioni della Terra a latitudine $\varphi < 68° \pm 1°$ Sirio sarà comunque la stella più luminosa del cielo.