OLIMPIADI ITALIANE DI ASTRONOMIA 2020

Gara Interregionale - 14 febbraio

Categoria Senior

1. Giove e l'Orsa Maggiore
Quanto tempo impiega Giove, nel suo moto apparente tra le stelle, per attraversare da una parte all'altra la costellazione dell'Orsa Maggiore? Trascurate l'inclinazione dell'orbita del pianeta sull'eclittica.

Soluzione
Giove non si può mai trovare nella costellazione dell'Orsa Maggiore perché l'Orsa Maggiore non è attraversata dall'eclittica.

2. Velocità radiale eliocentrica
Gli astrofisici misurano le velocità radiali delle stelle, ottenute dall'effetto Doppler, utilizzando come riferimento il centro del Sole (velocità radiali eliocentriche). Ciò perché quando si ottiene una velocità radiale a partire dallo spostamento Δλ di una riga sullo spettro di una stella ($v_{radiale} = \frac{c \cdot \Delta\lambda}{\lambda}$), parte di questo spostamento è in realtà dovuto al moto della Terra lungo la sua orbita attorno al Sole e va quindi considerato.
Quale è il valore massimo dello spostamento Doppler Δλ dovuto al moto orbitale della Terra per la riga spettrale Hα?

Soluzione
Il valore massimo dello spostamento Doppler **Δλ** si ha osservando una stella sull'eclittica in direzione del moto orbitale della Terra. La velocità della Terra può essere verso la stella, o in verso opposto. La velocità orbitale massima della Terra si ha al perielio e in valore assoluto è:

$$v_{T\_perielio} = \sqrt{\frac{G\, M_{Sole}}{a} \cdot \frac{(1+e)}{(1-e)}} \backsimeq \sqrt{\frac{6.674 \cdot 10^{-11}\, \frac{m^3}{kg^{-1}\, s^{-2}} \cdot 1.989 \cdot 10^{30}\, kg}{149.6 \cdot 10^9\, m} \cdot \frac{(1.0167)}{(0.9833)}} \backsimeq \sqrt{9.175 \cdot 10^8\, \frac{m^2}{s^2}}$$
$$\cong 30.29 \cdot 10^3\, \frac{m}{s} \backsimeq 30.29\, \frac{km}{s}$$

Quindi per la riga Hα:

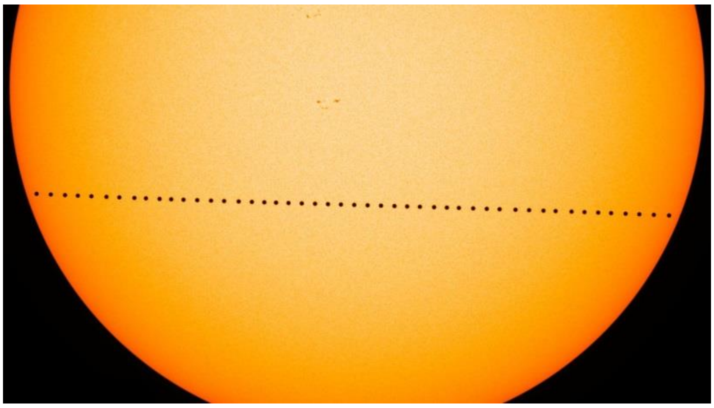
$$\Delta\lambda = \frac{v_{T\_perielio} \cdot \lambda}{c} \backsimeq \frac{30.29\, \frac{km}{s} \cdot 6562.8\, Å}{299792\, \frac{km}{s}} \backsimeq 0.6631\, Å$$

3. Un'osservazione di Mercurio
L'11 novembre 2019 è stato possibile osservare, da gran parte della Terra, il transito di Mercurio sul disco del Sole. Il 28 novembre 2019 l'astronomo Giovanni K. sostiene di aver osservato Mercurio in direzione est poco prima dell'alba, mentre l'astronomo Niccolò C. sostiene di averlo osservato in direzione ovest poco dopo il tramonto. I due osservatori si trovavano in due località molto vicine nell'emisfero nord della Terra.

1. Chi dei due ha ragione? Giustificate la vostra risposta con un disegno.
2. Chi avrebbe avuto ragione se i due astronomi si fossero trovati nell'emisfero sud?
3. Chi avrebbe avuto ragione se l'osservazione fosse stata fatta l'8 gennaio 2020?

Assumete l'orbita di Mercurio circolare.

Soluzione



Sequenza di un transito di Mercurio sul disco solare. Osservato dalla Terra il pianeta si sposta da est (bordo a sinistra dell'immagine) verso ovest (bordo a destra dell'immagine). NASA's Goddard Space Flight Center/SDO/Genna Duberstein

1. Ha ragione Giovanni K., perché se osservati dalla Terra i pianeti ruotano intorno al Sole da est a ovest. L'11 novembre 2019 un osservatore posto sulla Terra ha quindi visto Mercurio spostarsi verso ovest sul disco solare (vedere la figura a sinistra). Di conseguenza alcuni giorni dopo il transito il pianeta è diventato visibile dalla Terra a ovest del Sole e quindi in direzione est poco prima dell'alba.
2. Anche in questo caso avrebbe avuto ragione Giovanni K, perché la visibilità di Mercurio rispetto al Sole non sarebbe cambiata nel caso di due osservatori posti nell'emisfero sud della Terra.
3. Per capire se il pianeta era visibile l'8 gennaio 2020 dobbiamo calcolare il periodo sinodico di Mercurio

$$\frac{1}{S_{\text{Mercurio}}} = \frac{1}{T_{\text{Mercurio}}} - \frac{1}{T_{\text{Terra}}} \simeq \frac{1}{87.969 \text{ g}} - \frac{1}{365.26 \text{ g}} \simeq 8.6299 \cdot 10^{-3}\, g^{-1}$$

da cui

$$S_{\text{Mercurio}} \simeq 115.88 \text{ g}$$

Tra l'11 novembre 2019 e l'8 gennaio 2020 sono trascorsi 58 giorni, un tempo che è quasi esattamente la metà del periodo sinodico di Mercurio. Quindi l'8 gennaio 2020 Mercurio era molto prossimo alla congiunzione superiore e di conseguenza non osservabile dalla Terra. Nessuno dei due astronomi avrebbe potuto osservare Mercurio l'8 gennaio 2020.

Nota: la vera congiunzione superiore di Mercurio con il Sole si è verificata il 10 gennaio 2020. La differenza è dovuta all'eccentricità dell'orbita di Mercurio e quindi alla velocità non costante con cui il pianeta percorre la sua orbita.

4. Il Sole sull'isola di Banks

Il porto di Banks, nell'omonima isola, ha latitudine φ = 56° 35' N e longitudine λ = 135° 35' W. Calcolate l'angolo orario del Sole alle 09:40 locali (tempo del fuso = UT – 9h) il 15 giugno (data in cui l'equazione del tempo è circa zero).

Soluzione 1

In una data generica l'angolo orario del Sole **θ** è legato al tempo solare medio $\mathbf{T_m}$ e all'equazione del tempo **Eqt** dalla relazione:

$$\theta = T_m - \text{Eqt} - 12\text{h}$$

Il tempo solare medio è dato da: $T_m = \text{UT} \pm \lambda$ (con λ che ha segno positivo a est di Greenwich e segno negativo a ovest di Greenwich) e quindi nel nostro caso: T_m = Tempo del fuso + 9h - λ .

Poiché nella data indicata l'equazione del tempo è circa pari a zero, otteniamo quindi:

$$\theta_{15\_giugno} = \text{UT} - \lambda - 12 \text{ h} = \text{Tempo del fuso} + 9\text{h} - \lambda - 12\text{h}$$

Convertiamo la longitudine in ore, minuti e secondi: λ = 135° 35' ≃ 9h 2m

$$\theta_{15\_giugno} = 9\text{h } 40 \text{ m} + 9\text{h} - 9\text{h } 2\text{m} - 12\text{h} = -2\text{h } 22\text{m} = 21\text{h } 38\text{m}$$

Il Sole si trova quindi 2 ore e 22 minuti prima del meridiano del luogo.

Soluzione 2
Poiché nella data indicata l'equazione del tempo è circa pari a zero, la posizione del "Sole medio" coincide con quella del "Sole vero". Quindi al meridiano centrale del fuso orario dell'isola di Banks il "Sole vero" passa al meridiano alle ore 12:00 locali. Di conseguenza alle 09:40 locali il "Sole vero" si troverà a 2h e 20m dal meridiano e quindi il suo angolo orario sarà:

$$\theta_{15\_giugno\_meridiano\_centrale} = - 2h\ 20m = 21h\ 40m$$

Rispetto al meridiano centrale, il cui tempo locale è UT - 9h, l'isola di Banks si trova 35' più a ovest e quindi il "Sole vero" è osservato a $\Delta\theta = \frac{60\ m \cdot 35'}{900'} \simeq 2m$ più a est.

Avremo quindi:

$$\theta_{15\_giugno\_isola\_di\ Banks} = - 2h\ 22m = 21h\ 38m$$

5. Quale pianeta?

Tra una congiunzione superiore e la successiva opposizione di un pianeta esterno del Sistema Solare, osservato dalla Terra, trascorrono 199.44 giorni. Trascurando l'inclinazione dell'orbita del pianeta sull'eclittica determinate:

1. di quale pianeta si tratta (nota: nel calcolo del periodo orbitale assumete una possibile differenza di 0.001 anni tra il valore calcolato e quello presente nella tabella dei dati);
2. il diametro angolare del pianeta all'opposizione assumendo la Terra al perielio e il pianeta all'afelio;
3. il diametro angolare del pianeta all'opposizione assumendo la Terra all'afelio e il pianeta al perielio;
4. il diametro angolare del pianeta osservato da un suo satellite che ha massa trascurabile rispetto al pianeta, periodo orbitale di 7.155 giorni e orbita circolare;
5. nei casi dei punti 2 e 3 le dimensioni lineari del pianeta sul piano focale di un telescopio sulla Terra con apertura D = 1 m e rapporto di apertura (detto anche rapporto focale) pari a f/10.

Soluzione

1. Il tempo tra una congiunzione superiore e la successiva opposizione è pari a metà del periodo sinodico. Quindi il periodo sinodico del pianeta è di 398.88 giorni.
   Dalla relazione che lega il periodo sinodico di un pianeta esterno **S** con il suo periodo orbitale **P** e il periodo orbitale della Terra **T**: $\frac{1}{S} = \frac{1}{T} - \frac{1}{P}$ ricaviamo:
   $$P = \frac{T \cdot S}{S - T} \simeq \frac{365.26\ g \cdot 398.88\ g}{398.88\ g - 365.26\ g} \simeq 4333.6 \text{ giorni } \simeq 11.864 \text{ anni}$$
   Si tratta quindi del pianeta Giove.

2. Quando la Terra è al perielio la sua distanza dal Sole è:
   $$D_{TP} = a\,(1 - e) \simeq 149.6 \cdot 10^6\ km \cdot 0.9833 \simeq 147.1 \cdot 10^6\ km$$
   Quando Giove è all'afelio la sua distanza dal Sole è:
   $$D_{GA} = a\,(1 + e) \simeq 778.4 \cdot 10^6\ km \cdot 1.0489 \simeq 816.5 \cdot 10^6\ km$$
   Quindi la distanza tra i due pianeti vale:
   $$D_{GA-TP} = D_{GA} - D_{TP} \simeq 669.4 \cdot 10^6\ km$$
   Detto $\mathbf{R_G}$ il raggio di Giove e **D** la sua distanza, il diametro angolare α si può ricavare dalla relazione: $\alpha = \tan^{-1}\frac{2\,R_G}{D}$.

   Per la distanza D_{GA-TP} avremo quindi:
   $$\alpha_{GA-TP} = 2\ \text{sen}^{-1}\frac{R_G}{D_{GA-TP}} \simeq 2\ \text{sen}^{-1}\frac{71490\ km}{669.4 \cdot 10^6\ km} \simeq 44''$$

3. Quando la Terra è all'afelio la sua distanza dal Sole è:
   $$D_{TA} = a\,(1 + e) \simeq 149.6 \cdot 10^6\ km \cdot 1.0167 \simeq 152.1 \cdot 10^6\ km$$

Quando la Giove è al perielio la sua distanza dal Sole è:

$$D_{GP} = a\,(1 - e) \simeq 778.4 \cdot 10^6\ \text{km} \cdot 0.9511 \simeq 740.3 \cdot 10^6\ \text{km}$$

Quindi la distanza tra i due pianeti vale:

$$D_{GP-TA} = D_{GP} - D_{TA} \simeq 588.2 \cdot 10^6\ \text{km}$$

Per la distanza D_{GP-TA} avremo quindi:

$$\alpha_{GP-TA} = 2\,\text{sen}^{-1}\frac{R_G}{D_{GP-TA}} \simeq 2\,\text{sen}^{-1}\frac{71490\ \text{km}}{588.2 \cdot 10^6\ \text{km}} \simeq 50''$$

4. Detto **T** (= 7.155 giorni $\simeq$ $6.182 \cdot 10^5$ secondi) il periodo di rivoluzione del satellite, ricaviamo il semiasse maggiore della sua orbita dalla III legge di Keplero:

$$a_s = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_G \cdot T^2}{4\pi^2}} \simeq \sqrt[3]{\frac{6.674 \cdot 10^{-11}\ \frac{m^3}{kg\ s^2} \cdot 1.899 \cdot 10^{27}\ kg \cdot 3.822 \cdot 10^{11}\ s^2}{39.48}} \simeq 1.071 \cdot 10^9\ m$$
$$\simeq 1.071 \cdot 10^6\ \text{km}$$

Si tratta del satellite Ganimede. Dalla superficie di Ganimede, trascurando il suo raggio, le dimensioni angolari di Giove valgono:

$$\alpha_G = 2 \cdot \sin^{-1}\frac{R_G}{a_s} \simeq 2\,\sin^{-1}\frac{71490\ \text{km}}{1.071 \cdot 10^6\ \text{km}} \simeq 7°\,39'$$

5. Le dimensioni lineari **L** di un oggetto con dimensioni angolari **α** sul piano focale di un telescopio con focale **f** sono date dalla relazione: $L = f \cdot \tan \alpha$. Nel nostro caso è f = 10 m, per cui si ha:

$$L_{GA-TP} = f \cdot \tan \alpha_{GA-TP} \simeq 10\ m \cdot \tan 44'' \simeq 2.1 \cdot 10^{-3}\ m \simeq 2.1\ mm$$

$$L_{GP-TA} = f \cdot \tan \alpha_{GP-TA} \simeq 10\ m \cdot \tan 50'' \simeq 2.4 \cdot 10^{-3}\ m \simeq 2.4\ mm$$