

Problema 3. – Un cratere sulla Luna (*problema nr. 3, categoria Junior, Gara Interregionale 2014*)

Una foto della Luna al perigeo mostra un cratere di forma circolare le cui dimensioni angolari sono $\alpha = 5$ secondi d'arco ($= 0^\circ.0014$). Quanto vale in km il diametro del cratere lunare?

Parole o espressioni chiave: perigeo, circolare, dimensioni angolari, secondi d'arco, km, diametro

Dati non necessari: foto

Cenni alla teoria: Le dimensioni apparenti (angolari) di un oggetto

È esperienza comune che ogni oggetto, visto da distanze diverse, appare di dimensioni diverse. Si parla allora di *dimensioni apparenti* dell'oggetto, che sono espresse non in unità lineari (come ad esempio il metro) ma in *unità angolari*.

In generale, un segmento di lunghezza lineare L , posto ad una distanza D , coprirà un angolo α (ovvero avrà una dimensione apparente α) dato dalla formula trigonometrica

$$\alpha = \arctan(L / D)$$

Tuttavia, per dimensioni tipiche L molto minori della distanza D , la formula precedente può essere approssimata ad una formula che non usa la trigonometria:

$$\alpha \cong L / D$$

Questa condizione è soddisfatta, ad esempio, se L non è più grande di $1/100$ della distanza D , una circostanza che avviene nella stragrande maggioranza dei casi in astronomia.

Si noti che l'angolo α , quando risulta dalla formula approssimata, è sempre espresso in radianti, mentre usando le funzioni trigonometriche l'unità di misura dipende dall'impostazione data alla calcolatrice (in genere si impostano i gradi).

Soluzione

Il semiasse maggiore dell'orbita lunare vale

$$D = 384.4 \cdot 10^3 \text{ km.}$$

Detta e l'eccentricità dell'orbita lunare, la distanza della Luna al perigeo varrà quindi

$$D_p = D \cdot (1 - e) = 363.3 \cdot 10^3 \text{ km.}$$

Le dimensioni d del cratere lunare sono date quindi dalla relazione esatta:

$$d = D_p \cdot \tan \alpha = 8.9 \text{ km}$$

o dalla relazione approssimata (con α espresso in radianti):

$$d \cong D_p \cdot \alpha = 363.3 \cdot 10^3 \cdot (0.0014 \cdot \pi / 180) = 8.9 \text{ km}$$

che, nell'approssimazione data (8.9 km è molto minore di 384400 km !), produce lo stesso risultato della formula esatta.