



OLIMPIADI ITALIANE DI ASTRONOMIA 2019

Finale Nazionale – 16 Aprile

Prova Teorica - Categoria Junior 1

1. Risonanze orbitali

In meccanica celeste si parla spesso di “risonanza orbitale”: un fenomeno che si verifica quando il rapporto dei periodi orbitali di due oggetti è uguale al rapporto di due numeri interi piccoli. Nel Sistema Solare le risonanze orbitali sono abbastanza frequenti. Sapendo che tre rivoluzioni di Nettuno corrispondono esattamente a due rivoluzioni di Plutone, determinare il periodo di rivoluzione di Plutone.

Soluzione:

Detto T_N il periodo orbitale di Nettuno e T_P il periodo orbitale di Plutone, sappiamo che:

$$3 \cdot T_N = 2 \cdot T_P$$

Da cui ricaviamo:

$$T_P = \frac{3 \cdot T_N}{2} = \frac{3 \cdot 164.79 \text{ anni}}{2} = 247.19 \text{ anni}$$

2. Una questione di coordinate

1) A quale altezza sull'orizzonte si trova il Polo Nord celeste osservato dalle seguenti città?

città	latitudine (φ)	longitudine (λ)
Il Cairo	30° 03' N	31° 14' E
Lisbona	39° 00' N	09° 08' O
Stoccolma	59° 19' N	18° 03' E
San Pietroburgo	59° 56' N	30° 18' E
Rio de Janeiro	22° 54' S	43° 12' O

2) All'equinozio di primavera, in quale delle città elencate si vede prima il sorgere del Sole?

Soluzione:

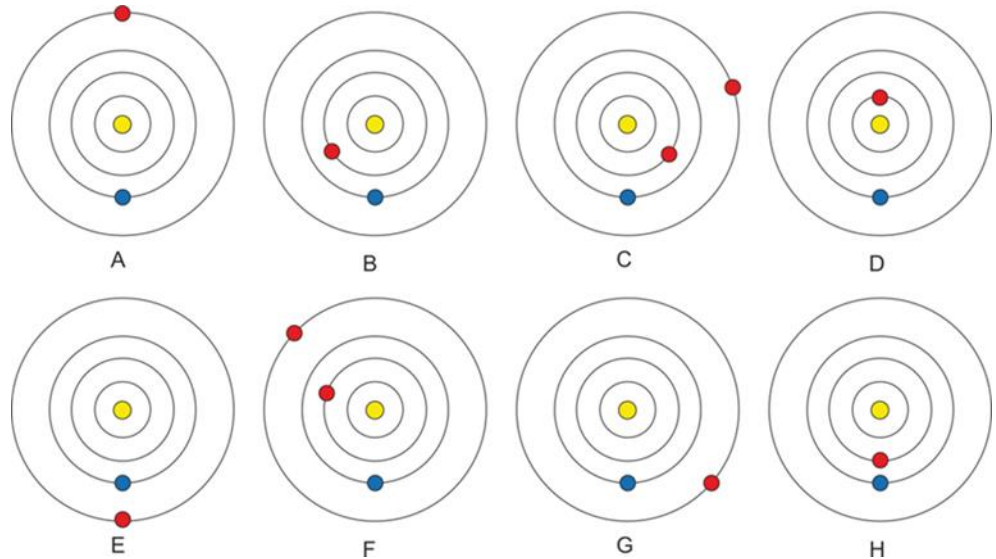
1) L'altezza (h) sull'orizzonte del Polo Nord celeste coincide con la latitudine geografica (φ) per luoghi di osservazione che si trovano nell'emisfero nord. Nel caso di una località dell'emisfero sud, l'altezza del Polo Nord celeste sarà la latitudine geografica con segno negativo. Di conseguenza otteniamo:

città	latitudine (φ)	longitudine (λ)	$h = \varphi$
Il Cairo	30° 03' N	31° 14' E	+30° 03'
Lisbona	39° 00' N	09° 08' O	+39° 00'
Stoccolma	59° 19' N	18° 03' E	+59° 19'
San Pietroburgo	59° 56' N	30° 18' E	+59° 56'
Rio de Janeiro	22° 54' S	43° 12' O	-22° 54'

2) Dato che la Terra ruota da ovest verso est, la città che vede per prima il sorgere del Sole all'equinozio di primavera (giorno in cui la durata del dì è uguale a quella della notte in tutte le località della Terra) è quella che si trova più a est: Il Cairo.

3. Configurazioni planetarie

Negli 8 disegni (non in scala) del Sistema Solare riportati qui a fianco, sono rappresentate le orbite di Mercurio, Venere, Terra e Marte, la posizione del Sole (in giallo), la posizione della Terra (in blu) e la posizione di uno o due altri pianeti (in rosso).



Dire a quale disegno corrisponde ciascuna delle seguenti configurazioni, osservate dalla Terra:

1) Marte in opposizione; 2) congiunzione inferiore di Venere con il Sole; 3) massima elongazione est di Venere; 4) congiunzione di Marte con Venere, visibile al tramonto; 5) Marte in congiunzione con il Sole; 6) congiunzione di Marte con Venere, visibile all'alba; 7) Marte in quadratura ovest; 8) Mercurio in congiunzione superiore con il Sole.

Soluzione:

- A. = 5) Marte in congiunzione con il Sole;
- B. = 3) massima elongazione est di Venere;
- C. = 6) congiunzione di Marte con Venere, visibile all'alba;
- D. = 8) Mercurio in congiunzione superiore con il Sole;
- E. = 1) Marte in opposizione;
- F. = 4) congiunzione di Marte con Venere, visibile al tramonto;
- G. = 7) Marte in quadratura ovest;
- H. = 2) congiunzione inferiore di Venere con il Sole.

4. Due comete

Due comete hanno i seguenti parametri orbitali.

- Cometa 1: periodo orbitale $T_1 = 0.1543$ anni, eccentricità dell'orbita $e_1 = 0.9842$.
- Cometa 2: periodo orbitale $T_2 = 0.2542$ anni, eccentricità dell'orbita $e_2 = 0.9833$.

Solo una delle due comete può avere un'orbita stabile intorno al Sole. Dire quale giustificando la risposta con gli opportuni calcoli.

Soluzione:

Dai periodi orbitali ricaviamo i semiassi maggiori delle due orbite:

$$a_1 = \sqrt[3]{T_1^2} = \sqrt[3]{2.381 \cdot 10^{-2}} \cong 0.2877 \text{ UA} \cong 43.04 \cdot 10^6 \text{ km}$$

$$a_2 = \sqrt[3]{T_2^2} = \sqrt[3]{6.462 \cdot 10^{-2}} \cong 0.4013 \text{ UA} \cong 60.03 \cdot 10^6 \text{ km}$$

Possiamo adesso ricavare la distanza al perielio delle due comete:

$$D_{P1} = a_1 (1 - e_1) = 43.04 \cdot 10^6 \cdot 0.0158 \cong 680 \cdot 10^3 \text{ km}$$

$$D_{P2} = a_2 (1 - e_2) = 60.03 \cdot 10^6 \cdot 0.0167 \cong 1.00 \cdot 10^6 \text{ km}$$

Notiamo che il perielio della prima cometa si trova all'interno del Sole il cui raggio vale $R_{\text{Sole}} = 695500$ km. Quindi la prima cometa potrebbe effettuare al più un passaggio al perielio, finendo poi per cadere all'interno del Sole.

5. Allineamenti extrasolari

Due pianeti "A" e "B" orbitano intorno a una stella con periodi $P_A = 5$ anni terrestri e $P_B = 13$ anni terrestri. A un certo istante iniziale i due pianeti risultano perfettamente allineati dalla stessa parte rispetto alla stella e risultano anche perfettamente allineati in direzione del Sole. Rispondere alle seguenti domande:

1. all'istante iniziale, quale dei due pianeti è in opposizione rispetto all'altro, e quale è in congiunzione inferiore?
2. dopo quanto tempo la retta congiungente i centri dei due pianeti passerà di nuovo anche per il centro della stella?
3. dopo quanto tempo tale retta passerà, oltre che per il centro della stella, anche per il centro del Sole?
4. quante volte, dall'istante iniziale all'istante dell'allineamento della domanda precedente, i pianeti saranno stati allineati con la loro stella?

Supporre le orbite dei due pianeti circolari e giacenti sullo stesso piano.

Soluzione:

Dal valore del loro periodo orbitale deduciamo che "A" è interno rispetto a "B", ovvero "A" ruota più vicino alla stella rispetto a "B".

- 1) All'inizio il pianeta "B" è in opposizione se osservato da "A" il quale, a sua volta, è in congiunzione inferiore se osservato da "B".
- 2) Calcoliamo ora il periodo sinodico T_{sinod} di "A" rispetto a "B":

$$\frac{1}{T_{\text{sinod}}} = \frac{1}{5} - \frac{1}{13} = 0.123 \text{ anni}^{-1} \quad \text{da cui} \quad T_{\text{sinod}} = 8.125 \text{ anni}$$

Dopo un periodo sinodico ritroveremo quindi una configurazione uguale a quella iniziale, con entrambi i pianeti allineati con la stella. Però in realtà i due pianeti saranno stati allineati con la stella prima, ovvero dopo mezzo periodo sinodico (semiperiodo sinodico), quando si trovano da parti opposte della stella (quindi erano ciascuno in congiunzione con la stella rispetto all'altro):

$$\Delta T_{1^\circ \text{ allineamento}} = \frac{T_{\text{sinod}}}{2} = 4.062 \text{ anni} = \text{semiperiodo sinodico}$$

- 3) L'allineamento di ambedue i pianeti con la loro stella e, contemporaneamente, con il Sole, avverrà di nuovo dopo un tempo (T_A) pari al m.c.m. dei due periodi orbitali:

$$T_A = 5 \cdot 13 = 65 \text{ anni}$$

- 4) Nell'intervallo di tempo T_A , si saranno succeduti

$$N = \frac{65}{4.062} \cong 16 \text{ semiperiodi sinodici}$$

per cui, considerando anche l'allineamento iniziale, i pianeti saranno stati allineati con la loro stella 17 volte.