



OLIMPIADI ITALIANE DI ASTRONOMIA 2009

Finale Nazionale

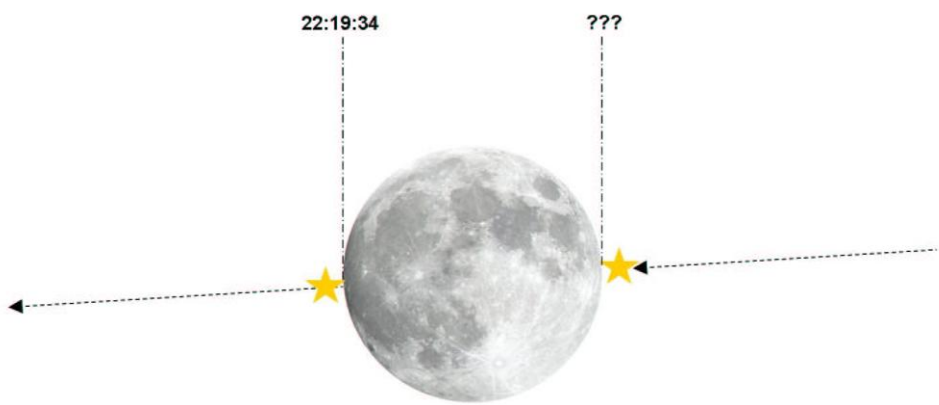
Napoli - Domenica 17 Maggio 2009

Soluzione esercizi

Categoria SENIOR

Problema 1. Un'occultazione lunare è il fenomeno nel quale vediamo la Luna, durante il suo moto sulla volta celeste, passare davanti ad un altro corpo celeste (tipicamente una stella). Si consideri allora l'occultazione lunare mostrata nella figura, dove la stella viene occultata lungo il diametro del disco lunare. Se l'occultazione inizia (cioè la stella sparisce dietro il bordo della Luna) alle 22:19:34, a che ora ci aspettiamo che finisca (cioè che vedremo la stella ricomparire dal bordo opposto)?

Sono noti i seguenti dati: periodo di rivoluzione della Luna $T_{LUN} = 27d\ 07h\ 43.2m$; diametro equatoriale della Luna $D_{LUN} = 3476,2\ Km$; distanza media Terra-Luna $d = 384104,86\ Km$



Soluzione: Sia la stella che la Luna si muovono in cielo in modo apparente, a causa della rotazione terrestre. Dunque rimarrebbero ferme l'una rispetto all'altra, se la Luna non avesse in realtà un moto proprio dovuto alla sua rivoluzione intorno alla Terra. L'occultazione avviene in virtù di questo solo moto, e quindi basterà calcolare la velocità apparente della Luna dovuta al suo moto orbitale e vedere in quanto tempo la Luna percorre un angolo pari al suo diametro apparente. Sappiamo che la Luna fa un giro completo in un tempo T_{LUN} . In un tempo qualsiasi t essa percorrerà quindi un angolo x che può essere calcolato dalla semplice proporzione

$$x : 360^\circ = t : T_{LUN}$$

Se al posto di x usiamo il diametro apparente della Luna, otteniamo la durata dell'occultazione. Il diametro apparente può essere calcolato conoscendo il diametro vero della Luna e la sua distanza dalla Terra

$$x = \frac{\phi_{LUN}}{d_{LUN}} \cdot \frac{360^\circ}{2\pi} = \frac{3476.2}{38410486} \cdot \frac{360^\circ}{2\pi} = 0.519^\circ$$

Pertanto si ricava immediatamente la durata dell'occultazione:

$$t = T_{LUN} \frac{x}{360^\circ} = 655.72 \text{ ore} \cdot \frac{0.519^\circ}{360^\circ} = 0.945 \text{ ore} \cong 56^m 43^s$$

che è inferiore ad un'ora. Se l'occultazione è iniziata alle 22:19:34, essa terminerà quindi alle 23:16:17.

Problema 2. Gli abitanti del pianetino Autovelox IV sono tecnicamente molto progrediti, amano gareggiare in velocità e i loro veicoli sono molto sportivi. In seguito al verificarsi di numerosi incidenti, la loro polizia stradale ha però dovuto istituire il limite massimo di velocità a 650 km/h (!). Spiegate la ragione di tale necessario provvedimento.



Sappiate che:

- 1) gli autoveloxiani sono creature che vivono in bozzoli dato che il loro pianeta, pur avendo un suolo solido e ottime autostrade, è privo di atmosfera;
- 2) la massa M del loro pianeta è di 10^{20} kg;
- 3) il raggio R del loro pianeta è di $2 \cdot 10^5$ m;
- 4) la costante di gravitazione universale G vale $6,674 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$.

Soluzione: il limite di 650 km/h è subito inferiore alla velocità orbitale circolare alla superficie del pianeta, raggiungendo la quale si perde il contatto con il suolo. Il veicolo privo di controllo può urtare montagne o altri veicoli, se non addirittura entrare in orbita (patente ritirata a vita).

Infatti:

uguagliando accelerazione gravitazionale e centrifuga si ottiene per un raggio R e per una massa attrattiva M la velocità orbitale:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{R}} = \sqrt{\frac{6.674 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2} \cdot 10^{20} \text{ kg}}{2 \cdot 10^5 \text{ m}}} = \sqrt{33.370 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}} = 183 \text{ m/s} = 658 \text{ km/h}$$

Attenzione alle unità di misura!



Problema 3. Due stelle hanno magnitudine apparente $m_1 = 2.00$, $m_2 = 2.80$. Sappiamo che le due stelle hanno la stessa temperatura in fotosfera ma la seconda stella dista dalla Terra il doppio rispetto alla prima. La prima stella ha un raggio uguale a quello del Sole, determinare il raggio in km della seconda stella.

Soluzione: Per prima cosa calcoliamo le magnitudini delle stelle se fossero alla stessa distanza. Se raddoppiamo la distanza della prima stella il suo flusso diminuisce di quattro volte e quindi la sua magnitudine aumenta di: $\Delta m = -2.5 \log(1/4) = 1.51$. Posta a distanza doppia la magnitudine della prima stella sarà quindi 3.51. La differenza "reale" di magnitudine tra le due stelle è di -0.71 e si avrà: $-0.71 = -2.5 \log(R_2/R_1)^2$, per cui il rapporto dei raggi risulta 1.39. Poiché il raggio del Sole vale 695.000 km il raggio della seconda stella è di 966.000.

Nota: Ovviamente allo stesso risultato si sarebbe pervenuti "avvicinando" la seconda stella alla distanza della prima.

Problema 4. Si consideri un ammasso stellare caratterizzato da una distribuzione uniforme di materia di densità δ all'interno di una sfera di raggio R . Sovrapposta alla materia visibile è presente una distribuzione uniforme di materia, che si estende fino ad una distanza $d = 2R$, la cui densità media è ancora δ . Due stelle ruotano intorno al centro dell'ammasso rispettivamente a distanza R e $2R$,



Indicata con v_1 la velocità della stella la cui orbita circolare ha raggio R , calcolata supponendo che sia presente solo la materia visibile, si determini in funzione di v_1 :

1. La velocità v_2 della stella che ruota sull'orbita con raggio $2R$, nel caso in cui la materia presente sia solo quella visibile;
2. Le velocità v_1 e v_2 delle stelle che ruotano sulle orbite di raggio R e $2R$, nel caso in cui si consideri anche il contributo della materia oscura.

Soluzione: La massa contenuta all'interno di una sfera uniforme di raggio R sarà: $M = 4/3\pi R^3 \delta$. Per una stella che ruota a distanza R avremo: $(m v_1^2)/R = G (mM)/R^2$ da cui segue: $v_1 = (GM/R)^{1/2}$. Per la stella che ruota a distanza $2R$ sarà: $(m v_2^2)/2R = G (mM)/4R^2$, da cui segue: $v_2 = (GM/2R)^{1/2} = 2^{-1/2} v_1 = 0.707 v_1$.

Nel caso in cui si consideri anche la materia oscura la cui densità è ancora δ , distribuita all'interno di una sfera omogenea di raggio $2R$, sarà: $M'(R) = 4/3\pi R^3 \delta = M$, ed anche: $M'(2R) = 4/3\pi 8R^3 \delta = 8M$.

Per una stella che ruota a distanza R avremo dunque: $v'_1 = [G(M+M)/R]^{1/2} = 2^{1/2} v_1 = 1.414 v_1$.

Per una stella che ruota a distanza $2R$ avremo: $v'_2 = [G(M+8M)/2R]^{1/2} = [3/2^{1/2}] v_1 = 2.121 v_1$.



Problema 5. Per poter classificare correttamente la sottoclasse a cui appartiene una galassia a spirale (per es., SAa, ABa, SAb, ecc.) è necessario che le dimensioni angolari dell'immagine siano di almeno $1'$ (60 arcsec). In caso contrario risulta difficile fare una corretta classificazione.

Consideriamo una galassia a spirale avente un diametro $D = 30$ kpc ed una magnitudine assoluta $M = -21$. Si determini fino a quale distanza d può essere classificata correttamente e qual'è la sua magnitudine apparente a questa distanza.

Soluzione: Indicando con d la distanza della galassia e con D il suo diametro, sarà: $D/2 = d \text{tg}(\alpha/2)$, da cui: $d = 15/\text{tg}(0.017/2) = 115 \text{ Mpc}$.

Per determinare la magnitudine limite a tale distanza usiamo la relazione: $m - M = 5 \log d - 5$, da cui: $m = M + 5 \log d - 5 = -21 + 5 \log(115 \times 10^6) - 5 = -26 + 40.30 = 14.30$