OLIMPIADI ITALIANE DI ASTRONOMIA 2007

GARA REGIONALE
PROBLEMI PER LA CATEGORIA SENIOR

1. Una notte, un astronomo osserva pazientemente il corso apparente delle stelle. Nota che tutte le stelle con la stessa ascensione retta sorgono contemporaneamente.
Dove si trova l'astronomo?

[Stelle che hanno la stessa ascensione retta si trovano sul medesimo cerchio orario. Se sorgono contemporaneamente, vuol dire che in quel momento il loro cerchio orario coincide con l'orizzonte. Qualsiasi cerchio orario passa per i poli celesti, allora anch'essi devono trovarsi entrambi sull'orizzonte. Dove vediamo i poli all'orizzonte? L'altezza dei poli è la latitudine φ: se la l'altezza è nulla, siamo a latitudine 0°. Cioè, all'equatore.](BC)

2. Abbiamo un telescopio che ha diametro D = 150 mm e lunghezza focale F = 1200 mm.
Per osservare visualmente con questo strumento, disponiamo di tre oculari che hanno lunghezza focale F_1 = 5 mm, F_2 = 15 mm ed F_3 = 30 mm. Quanti ingrandimenti otteniamo con questi oculari?

[L'ingrandimento di un sistema ottico composto da obiettivo e oculare è un numero puro (usualmente espresso in "volte"), rapporto delle distanze focali dei due elementi:

$$i = \frac{F_{OBIETTIVO}}{F_{OCULARE}}$$

Sostituendo nella formula i valori delle distanze focali, otteniamo i seguenti risultati:

oculare da 5 mm $\rightarrow\ i_1 = \frac{1200\,\text{mm}}{5\,\text{mm}} = 240\,\text{x}$

oculare da 15 mm $\rightarrow\ i_2 = \frac{1200\,\text{mm}}{15\,\text{mm}} = 80\,\text{x}$

oculare da 30 mm $\rightarrow\ i_3 = \frac{1200\,\text{mm}}{30\,\text{mm}} = 40\,\text{x}$ ***](CB)***

3. Nell'ammasso di galassie della Vergine, la densità media di galassie è di 30 galassie per megaparsec cubico (30 gal· Mpc^{-3}).
Stimate la distanza media D_M in megaparsec fra le galassie di quest'ammasso.

[Se la densità di galassie in quella zona è di 30 oggetti per Megaparsec cubico, significa che ogni galassia occupa in media un volume di 1/30 di Megaparsec cubico.
Immaginiamo di avere proprio dei cubi, al centro dei quali c'è una galassia. Se il volume di questi cubi è 1/30 di Megaparsec cubico, il loro lato sarà lungo:

$$\sqrt[3]{\frac{1}{30}\,\text{Mpc}^3} = 0{,}322\,\text{Mpc}$$

Che è anche la distanza tra i centri dei cubi, cioè tra le singole galassie.

Data l'incertezza nel valore del dato, approssimiamo questo valore a D_M = 0,3 Mpc, pari a circa un milione di anni-luce.](CB)

4. Secondo gli attuali modelli, il Sole avrà una "vita" (qui intesa come il periodo di permanenza nella fase di sequenza principale) di circa 10 miliardi di anni. Quanto durerebbe invece la sua vita se avesse una massa del 10 % superiore al suo reale valore? E se avesse una massa del 10 % inferiore? Il candidato si basi sulla relazione massa-luminosità, secondo la quale la luminosità è approssimativamente proporzionale alla quarta potenza della massa, e sul fatto che l'energia prodotta nelle reazioni nucleari è direttamente proporzionale alla quantità di materia presente.

[*La luminosità $\mathcal{L}$ esprime il flusso di energia emesso dalla stella: dunque, detto $\mathcal{E}$ il quantitativo di energia che la stella ha inizialmente, la sua "vita" è approssimativamente data dal rapporto $\mathcal{E}/\mathcal{L}$. Poiché $\mathcal{E}$ è proporzionale alla massa M, ed $\mathcal{L}$ è proporzionale alla quarta potenza della massa, cioè M^4, il rapporto $\mathcal{E}/\mathcal{L}$ risulta proporzionale al rapporto M / M^4, cioè ad $1 / M^3$. Pertanto, nel caso in cui la massa sia aumentata del 10%, cioè di un fattore 0,1, questo rapporto vale $1/(1+0,1)M^3 = 1/(1,1)^3 * 1/M^3$ cioè varia di un fattore $1/1,1^3 = 0,75$ circa rispetto alla durata reale, e quindi la vita del Sole durerebbe circa 7 miliardi e mezzo di anni. Nel caso in cui, invece, la massa venga diminuita del 10%, il rapporto varrebbe $1/(1-0,1)^3 * 1/M^3$ cioè varierebbe di un fattore $1/0,9^3 = 1,37$ circa rispetto alla durata reale, e quindi la vita del Sole durerebbe circa 13 miliardi e 700 milioni di anni.*](MD)

5. Si considerino due stelle, di magnitudine 3 e 10 rispettivamente. Con un certo telescopio viene scattata una foto della prima stella, con un tempo di esposizione di 10 secondi. Volendo scattare una foto alla seconda stella, quanto dovrà essere il tempo di esposizione, se si vuole che questa seconda stella appaia, sulla foto, brillante come la prima? Si consideri la legge di Pogson nella forma semplificata in cui $m = -2.5 \log_{10} F/F_0$, in cui F è la quantità di luce misurata in 1 secondo di posa ed F_0 è la quantità di luce corrispondente ad una stella di magnitudine 0. Evidentemente si può scrivere $F = F_0 \cdot 10^{-0.4 \cdot m}$. Si consideri inoltre che la quantità di luce registrata è proporzionale al tempo di posa.

[Dai dati del problema (m_1=3, m_2=10) possiamo esprimere la quantità di luce registrata in 1 secondo per le due stelle in termini della quantità di riferimento F_0:

$$F_1 = F_0 \cdot 10^{-0.4*3} = F_0 \cdot 10^{-1.2} = 0,0630957 \cdot F_0$$

$$F_2 = F_0 \cdot 10^{-0.4*10} = F_0 \cdot 10^{-4} = 0,0001 \cdot F_0$$

Se vogliamo che la seconda stella compaia nella foto brillante come la prima, dobbiamo essenzialmente registrare la stella quantità di luce cambiando il tempo di posa. Questo significa introdurre un fattore moltiplicativo α nel tempo di posa tale che

$$\alpha \cdot F_2 = F_1$$

cioè

$$\alpha \cdot 0,0001 \cdot F_0 = 0,0630957 \cdot F_0$$

da cui si ricava il fattore α:

$$\alpha = 0,0630957 / 0,0001 = 630,957$$

Si noti che tale fattore non dipende più dalla quantità di riferimento F_0.
Per ottenere il tempo di esposizione voluto, basta a questo punto moltiplicare il tempo di posa, usato per fotografare la prima stella, per il fattore moltiplicativo α. Si ottiene quindi

$$T_2 = \alpha \cdot T_1$$

cioè

$$T_2 = 630{,}957 \cdot 3\ sec = 1892{,}871\ sec$$

che significa circa 31 minuti e33 secondi di posa.](MD)