OLIMPIADI ITALIANE DI ASTRONOMIA 2015
FINALE NAZIONALE – 19 Aprile
Prova Teorica - Categoria Senior

1. Vero o falso ?

Quale delle seguenti affermazioni può essere vera ? Giustificate in dettaglio la vostra risposta.

1) La Terra è alla minima distanza dal Sole all’inizio del mese di Luglio.
2) L’eclisse di Sole fu osservata a livello del mare alla mezzanotte locale.
3) Se Giove è in opposizione nel mese di Giugno, da Modena (latitudine $\lambda = 44° \ 39'$) è possibile osservarlo in prossimità dello Zenith.

Soluzione

La Terra si trova al perielio all’inizio del mese di gennaio. Dunque la prima affermazione è falsa.

Consideriamo ora un corpo in opposizione: esso, per definizione, si trova in direzione opposta al Sole rispetto alla Terra. Nel mese di Giugno, il Sole ha la massima declinazione positiva ($\delta_{\odot} = +23° \ 26'$) e quindi Giove, come tutti i pianeti sempre molto prossimo al piano dell’eclittica, avrebbe la massima declinazione negativa ($\delta_{Giove} \cong -23° \ 26'$). Ne segue che da Modena non potrà essere osservato in prossimità dello Zenith, in quanto la sua altezza massima sarebbe data da: $h_{max} \cong 90° - \lambda - 23° \ 26' \cong 21° \ 55'$. Quindi anche la seconda affermazione è falsa.

L’unica delle tre affermazioni che può essere vera è la seconda. Infatti se ci troviamo oltre uno dei circoli polari è possibile osservare un’eclisse di Sole anche a mezzanotte, in quanto il Sole, durante l’estate locale, può restare sopra l’orizzonte per tutte le 24 ore.

Nota: la prima affermazione è falsa nell’epoca attuale, tuttavia in un futuro lontano, a causa dei moti di precessione, diventerà vera. Nella valutazione si è tenuto conto di questa possibilità per i partecipanti che hanno correttamente motivato la risposta.

2. Da ovest a est

Si consideri un osservatore posto sull’equatore e un satellite artificiale che ruota intorno alla Terra sul piano dell’equatore e nella stessa direzione della rotazione terrestre. A quale altezza minima h_{min} dalla superficie terrestre deve trovarsi il satellite affinché l’osservatore lo veda muoversi nel cielo, a causa della rotazione della Terra, da Est verso Ovest ?

Soluzione

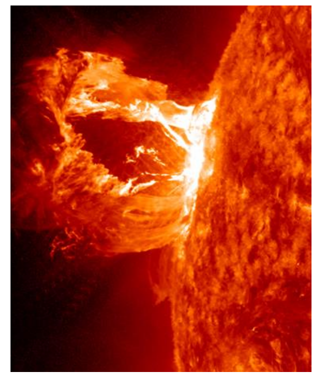
L’altezza cercata corrisponde a un valore appena superiore a quella a cui si trovano i satelliti geostazionari.

I satelliti più in alto di tale quota ruotano infatti intorno alla Terra con un periodo maggiore del giorno siderale ($T_{siderale}$ = 23 h 56 m 4 s = 86164 s) e quindi un osservatore posto sulla Terra, a causa della rotazione di quest'ultima, li vede recedere rispetto ad essa, ovvero li vede spostarsi in cielo da Est verso Ovest.
Del resto, un satellite è detto geostazionario se ruota intorno alla Terra con un periodo pari al giorno siderale terrestre. Dalla terza legge di Keplero, detta M la massa della Terra, il raggio r dell'orbita di un satellite geostazionario è dato da

$$r = \sqrt[3]{\frac{G\,M\,\,T_{siderale}^2}{4\,\pi^2}} = 42150\;km$$

In definitiva, la condizione cercata si avrà per un'altezza dal suolo $h > h_{min}$ = 35772 km.

3. Il brillamento riflesso



In seguito a una enorme tempesta solare, il Sole subisce un veloce e brevissimo aumento del 10% della propria luminosità. Si calcoli:

1) la variazione di magnitudine apparente del Sole, vista dalla Terra;
2) dopo quanto tempo dal suo verificarsi la variazione viene osservata sulla Terra.

Se al momento in cui si verifica il fenomeno, il pianeta Giove è in opposizione alla Terra, si calcoli inoltre:

3) la variazione di magnitudine apparente di Giove vista dalla Terra;
4) quanto tempo trascorre, sulla Terra, tra l'osservazione diretta del brillamento solare e l'osservazione della variazione di luminosità riflessa da parte di Giove.

Si considerino circolari (con raggio pari al semiasse maggiore) le orbite della Terra e di Giove e si trascuri il raggio terrestre. Si assuma che tutta la luminosità di Giove viene emessa per riflessione di quella proveniente dal Sole.

Soluzione

La magnitudine apparente del Sole vista dalla Terra è legata al flusso radiativo F proveniente dal Sole, alla distanza della Terra, dalla formula di Pogson:

$$m = -2.5\,log_{10}\frac{F}{F_0}$$

dove F_0 è il flusso di riferimento corrispondente a una magnitudine zero.
Se la luminosità L del Sole aumenta del 10%, tutte le grandezze ad essa direttamente collegate, in particolare il flusso F, varieranno della stessa quantità. Dunque la nuova magnitudine apparente sarà pari a

$$m' = -2.5\,log_{10}\frac{F+0.1F}{F_0} = -2.5\,log_{10}\frac{1.1F}{F_0} = -2.5\,log_{10}\frac{F}{F_0} - 2.5\,log_{10}(1.1) = m - 0.103$$

La variazione di magnitudine apparente del Sole, vista dalla Terra, sarà dunque pari a –0.103 .
Tale variazione sarà osservata sulla Terra dopo un tempo Δt_T pari al tempo di percorrenza della distanza Terra-Sole a_T da parte della luce, quindi:

$$\Delta t_T = \frac{a_T}{c} = \frac{1.496 \cdot 10^{11}\;m}{3 \cdot 10^8\;m/s} = 498.67\;s = 8^m 18.67^s$$

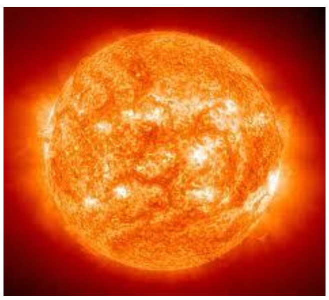
Il tempo Δt_J necessario affinché si osservi la variazione di luminosità su Giove si ottiene in modo analogo, considerando che la luce deve percorrere due tratti:

1) il tratto Sole–Giove, pari al semiasse dell'orbita gioviana, ovvero $a_J = 7.783 \cdot 10^{11}$ m;
2) il tratto (riflesso) Giove–Terra che, essendo il gigante gassoso in opposizione, è semplicemente pari a $a_{J\text{-}T} = a_J - a_T = (7.783 - 1.496) \cdot 10^{11}$ m $= 6.287 \cdot 10^{11}$ m.

Si ottiene quindi:

$$\Delta t_j = \frac{a_j + a_{j\,\text{-}\,T}}{c} = \frac{(7.783 + 6.287) \cdot 10^{11}\ m}{3\ \cdot 10^{8}\ m/s} = 4690\ s\ = 1^h\,18^m\,10^s$$

La variazione di magnitudine riflessa da Giove è, infine, pari alla variazione di magnitudine del Sole, cioè $\Delta m = -0.103$. Ciò perché anche il flusso solare alla distanza di Giove varia della stessa quantità percentuale, e così il flusso intercettato dal pianeta, la luminosità riflessa e il relativo flusso alla distanza Terra-Giove. Per tutte queste grandezze, infatti, la dipendenza dalla luminosità solare originaria avviene per mezzo di termini moltiplicativi.



4. Lo spettro del Sole

Si faccia l'ipotesi che lo spettro del Sole possa essere approssimato con lo spettro di un corpo nero con temperatura $T_e = 5778$ K. Si calcoli:

a) il valore atteso della luminosità $L_\odot$;
b) il flusso che arriva sulla Terra

Soluzione

Si utilizza la relazione di Stefan-Boltzman:

$$E = \sigma\, T_e^4$$

dove E è l'energia emessa dal sole per unità di superficie e di tempo.
Si ha:

$$E = 5.67 \cdot 10^{-8} \cdot (5778)^4 = 5.67 \cdot 10^{-8} \cdot 1.115 \cdot 10^{15} = 6.32 \cdot 10^{10}\ W\ m^{-2}$$

$$L_\odot = E \cdot 4\pi R_\odot^{\,2} = 6.32 \cdot 10^{7} \cdot 4 \cdot \pi \cdot (6.95 \cdot 10^{8})^{2} = 3.83 \cdot 10^{26}\ W$$

Essendo poi la distanza Terra – Sole

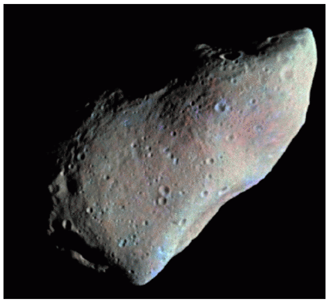
$$d = 1\ UA = 149.6 \cdot 10^{9}\ m$$

si ottiene

$$f_{terra} = L_\odot / 4\pi d^{2} = 3.83 \cdot 10^{26} / (4 \cdot \pi \cdot 2.24 \cdot 10^{22}) = 3.83 \cdot 10^{26} / 2.81 \cdot 10^{23} =$$

$$= 1364\ W\ m^{-2}\ \text{(costante solare)}$$

5. Il pianetino che non si occulta mai



Un pianetino esterno percorre attorno al Sole un'orbita circolare che giace esattamente sul piano dell'eclittica. Esso ha una particolarità: dalla Terra non è mai possibile vederlo occultato dalla Luna.
Trovare il raggio R dell'orbita del pianetino.

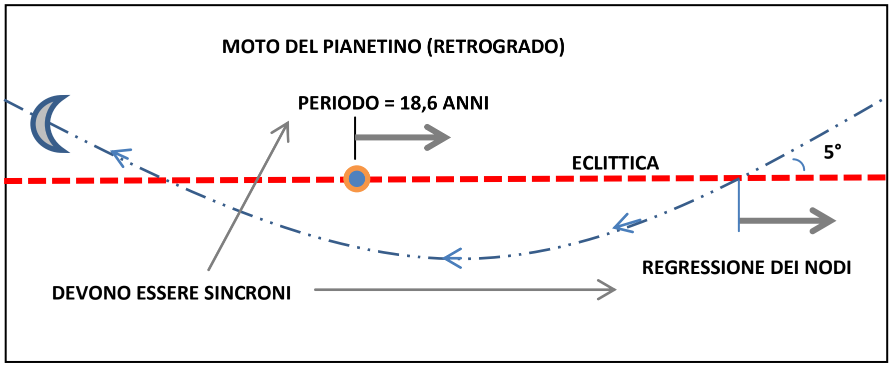
.

Soluzione

Dato che la sua orbita giace sul piano dell'eclittica, l'occultazione potrebbe eventualmente avvenire solo in corrispondenza dei nodi dell'orbita lunare. Ma l'occultazione invece non si verifica mai, dunque il pianetino non deve mai trovarsi ai nodi o vicino a essi.
Per evitarli, deve percorrere un'orbita retrograda, sincrona con il periodo di regressione dei nodi (18.6 anni) come mostrato nella figura sottostante.
Quindi il suo periodo di rivoluzione P attorno al Sole è di 18.6 anni e da questo, per la terza legge di Keplero, ricaviamo il raggio dell'orbita circolare attorno al Sole:

$R^3 = P^2$ ovvero $R = 18.6^{\,2/3} = 7.02$ UA

Nota: la soluzione qui proposta è quella più semplice e intuitiva, ma potrebbe non essere unica. La soluzione proposta, inoltre, è stabile, mentre, ad esempio, soluzioni che prevedono orbite del pianetino comprese tra quelle della Terra e della Luna sono chiaramente instabili.



Olimpiadi Italiane di Astronomia 2015

Finale Nazionale

Alcuni dati di interesse

Tabella 1 – Sole

Raggio medio	695475 km		*Età stimata*	$4.57 \cdot 10^{9}$ anni
Massa	$1.99 \cdot 10^{30}$ kg		*Classe spettrale*	G2 V
Temperatura superficiale	5778 K		*Posizione nel diagramma HR*	Sequenza principale
Magnitudine apparente dalla Terra	- 26.8		*Distanza media dal centro galattico*	27000 anni-luce
Magnitudine assoluta	+ 4.83		*Periodo di rivoluzione intorno al centro galattico*	$2.5 \cdot 10^{8}$ anni

Tabella 2 – Sistema Solare

	Mercurio	*Venere*	*Terra*	*Luna*	*Marte*	*Giove*	*Saturno*	*Urano*	*Nettuno*
Raggio medio (km)	2440	6052	6378	1738	3397	71492	60268	25559	24766
Massa (kg)	$3.30 \cdot 10^{23}$	$4.87 \cdot 10^{24}$	$5.97 \cdot 10^{24}$	$7.35 \cdot 10^{22}$	$6.42 \cdot 10^{23}$	$1.90 \cdot 10^{27}$	$5.68 \cdot 10^{26}$	$8.68 \cdot 10^{25}$	$1.02 \cdot 10^{26}$
Semiasse maggiore dell'orbita (km)	$57.9 \cdot 10^{6}$	$108.2 \cdot 10^{6}$	$149.6 \cdot 10^{6}$	$384.4 \cdot 10^{3}$	$227.9 \cdot 10^{6}$	$778.3 \cdot 10^{6}$	$1.43 \cdot 10^{9}$	$2.87 \cdot 10^{9}$	$4.50 \cdot 10^{9}$
Periodo orbitale	$87.97\ ^{g}$	$224.70\ ^{g}$	$1\ ^{a}$	$27.32\ ^{g}$	$1.88\ ^{a}$	$11.86\ ^{a}$	$29.45\ ^{a}$	$84.07\ ^{a}$	$164.88\ ^{a}$
Eccentricità dell'orbita	0.206	0.007	0.017	0.055	0.093	0.048	0.056	0.046	0.001
Tipo	roccioso	roccioso	roccioso	roccioso	roccioso	gassoso	gassoso	gassoso	gassoso

Tabella 3 – Area della superficie per figure geometriche notevoli

	Triangolo	*Rettangolo*	*Quadrato*	*Cerchio*	*Ellisse*	*Sfera*
Area	b h / 2	$\ell_1 \ell_2$	ℓ^{2}	πR^2	π a b	$4 \pi R^2$

Tabella 4 – Costanti fisiche

Nome	*Simbolo*	*Valore*	*Unità di misura*
Costante di Stefan-Boltzmann	σ	$5.67 \cdot 10^{-8}$	$W\ m^{-2}\ K^{-4}$
Velocità della luce nel vuoto	c	299792	$km\ s^{-1}$
Costante di Gravitazione Universale	G	$6.67 \cdot 10^{-11}$	$m^3\ kg^{-1}\ s^{-2}$
Accelerazione di gravità al livello del mare	g	9.81	$m\ s^{-2}$

Tabella 5 – Formule per i triangoli rettangoli

Teorema di Pitagora	$c^2 = a^2 + b^2$
Funzioni trigonometriche	$a = c \text{ sen } \beta \qquad a = c \cos \alpha \qquad a = b \tan \beta$